

5.30 On considère y comme une fonction implicite de x , c'est-à-dire $y = f(x)$.

1) $y^2 = 2px$

$$f^2(x) = 2px$$

$$(f^2(x))' = (2px)'$$

$$2f(x)f'(x) = 2p$$

$$f'(x) = \frac{p}{f(x)}$$

$$y' = \frac{p}{y}$$

2) L'équation de la tangente au graphe de f au point $P(x_1; f(x_1))$ est donnée par la formule :

$$y = f'(x_1)(x - x_1) + f(x_1)$$

$$y = \frac{p}{f(x_1)}(x - x_1) + f(x_1)$$

$$y = \frac{p}{y_1}(x - x_1) + y_1$$

$$y_1 y = p(x - x_1) + y_1^2$$

Étant donné que le point $P(x_1; y_1)$ fait partie de la parabole Γ , ses coordonnées vérifient son équation : $y_1^2 = 2px_1$.

Par suite, l'équation de la tangente devient :

$$y_1 y = p(x - x_1) + 2px_1$$

$$y_1 y = px + px_1$$