5.7 1) $y^2 + 2\,x = 0$

$y^2 = -2\,x$

Dans le repère $\mathcal{R}^\star$ défini par les relations

$$\begin{cases} x^\star = -x \\ y^\star = y \end{cases} \iff \begin{cases} x = -x^\star \\ y = y^\star \end{cases}$$

l'équation $y^2 = -2\,x$ de la parabole s'écrit ${y^\star}^2 = 2\,x^\star$.

Le paramètre vaut $2\,p = 2$, si bien que le demi-paramètre est $p = 1$.

Le sommet est l'origine $\mathrm{A}^\star(0\,;0)$.

Le foyer est à droite du sommet : $\mathrm{F}^\star(\frac{p}{2}\,;0) = \mathrm{F}^\star(\frac{1}{2}\,;0)$

L'équation de la directrice est $x^\star = -\frac{p}{2} = -\frac{1}{2}$

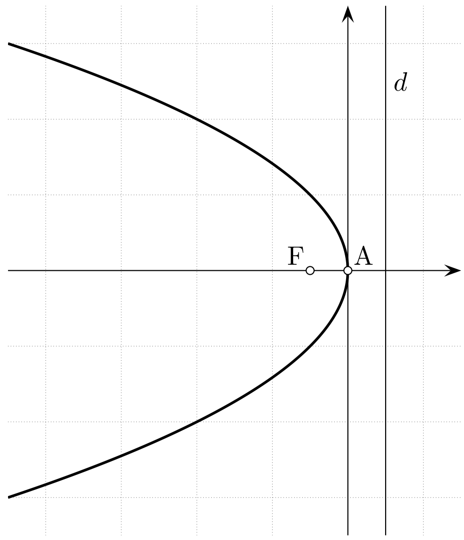
Transcrivons ces résultats dans le repère $\mathcal{R}$.

Le sommet est donné par $\begin{cases} x_\mathrm{A} = -x^\star_\mathrm{A} = -0 = 0 \\ y_\mathrm{A} = y^\star_\mathrm{A} = 0 \end{cases}$ d'où $\mathrm{A}(0\,;0)$

Le foyer est donné par $\begin{cases} x_\mathrm{F} = -x^\star_\mathrm{F} = -\frac{1}{2} \\ y_\mathrm{F} = y^\star_\mathrm{F} = 0 \end{cases}$ donc $\mathrm{F}(-\frac{1}{2}\,;0)$

Le foyer est situé à gauche du sommet.

L'équation de la directrice $x^\star = -\frac{1}{2}$ devient $-x = -\frac{1}{2} \iff x = \frac{1}{2}$



2) $y^2 - 6\,x + 9 = 0$

$y^2 = 6\,x - 9 = 6\,(x - \frac{9}{6}) = 6\,(x - \frac{3}{2})$

Dans le repère $\mathcal{R}^\star$ défini par les relations

$$\begin{cases} x^\star = x - \frac{3}{2} \\ y^\star = y \end{cases} \iff \begin{cases} x = x^\star + \frac{3}{2} \\ y = y^\star \end{cases}$$

l'équation $y^2 = 6\,(x - \frac{3}{2})$ de la parabole s'écrit ${y^\star}^2 = 6\,x^\star$.

Le paramètre vaut $2\,p = 6$, si bien que le demi-paramètre est $p = 3$.

Le sommet est l'origine $\mathrm{A}^\star(0\,;0)$.

Le foyer est à droite du sommet : $\mathrm{F}^\star(\frac{p}{2}\,;0) = \mathrm{F}^\star(\frac{3}{2}\,;0)$

L'équation de la directrice est $x^\star = -\frac{p}{2} = -\frac{3}{2}$

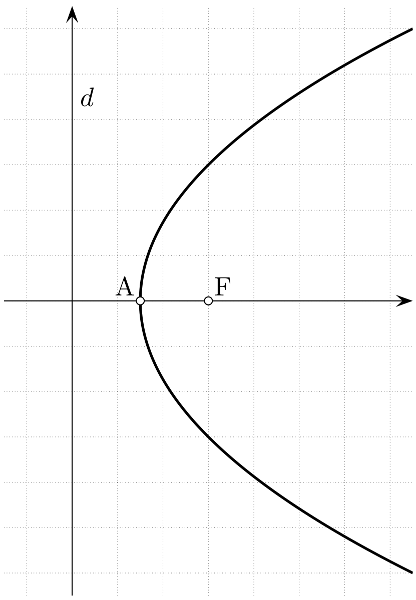
Transcrivons ces résultats dans le repère $\mathcal{R}$.

Le sommet est donné par $\begin{cases} x_A = x_A^\star + \frac{3}{2} = 0 + \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \\ y_A = \quad y_A^\star = \quad 0 \end{cases}$ d'où $A(\frac{3}{2}\,;0)$

Le foyer est donné par $\begin{cases} x_F = x_F^\star + \frac{3}{2} = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = 3 \\ y_F = \quad y_F^\star = \quad 0 \end{cases}$ donc $F(3\,;0)$

Le foyer est situé à droite du sommet.

L'équation de la directrice $x^\star = -\frac{3}{2}$ devient $x - \frac{3}{2} = -\frac{3}{2} \iff x = 0$



3) $y^2 - 8\,x + 6\,y + 17 = 0$

$y^2 + 6\,y + 17 = 8\,x$

$(y+3)^2 - 9 + 17 = 8\,x$

$(y+3)^2 = 8\,x - 8 = 8\,(x-1)$

Dans le repère $\mathcal{R}^\star$ défini par les relations

$$\begin{cases} x^\star = x - 1 \\ y^\star = y + 3 \end{cases} \iff \begin{cases} x = x^\star + 1 \\ y = y^\star - 3 \end{cases}$$

l'équation $(y+3)^2 = 8\,(x-1)$ de la parabole s'écrit $y^{\star 2} = 8\,x^\star$.

Le paramètre vaut $2\,p = 8$, si bien que le demi-paramètre est $p = 4$.

Le sommet est l'origine $A^\star(0\,;0)$.

Le foyer est à droite du sommet : $F^\star(\frac{p}{2}\,;0) = F^\star(2\,;0)$

L'équation de la directrice est $x^\star = -\frac{p}{2} = -2$

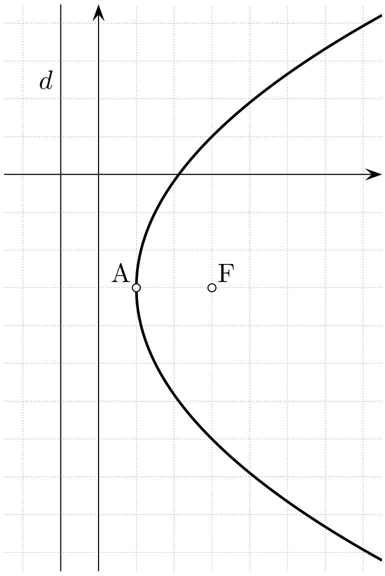
Transcrivons ces résultats dans le repère $\mathcal{R}$.

Le sommet est donné par $\begin{cases} x_A = x_A^\star + 1 = 0 + 1 = 1 \\ y_A = y_A^\star - 3 = 0 - 3 = -3 \end{cases}$ d'où $A(1\,;-3)$

Le foyer est donné par $\begin{cases} x_F = x_F^\star + 1 = 2 + 1 = 3 \\ y_F = y_F^\star - 3 = 0 - 3 = -3 \end{cases}$ donc $F(3\,;-3)$

Le foyer est situé à droite du sommet.

L'équation de la directrice $x^\star = -2$ devient $x - 1 = -2 \iff x = -1$



4) $x^2 = 7 + 8\,y - 6\,x$

$x^2 + 6\,x = 8\,y + 7$

$(x+3)^2 - 9 = 8\,y + 7$

$(x+3)^2 = 8\,y + 16 = 8\,(y+2)$

Dans le repère $\mathcal{R}^\star$ défini par les relations

$$\begin{cases} x^\star = y + 2 \\ y^\star = x + 3 \end{cases} \iff \begin{cases} x = y^\star - 3 \\ y = x^\star - 2 \end{cases}$$

l'équation $(x+3)^2 = 8\,(y+2)$ de la parabole s'écrit $y^{\star 2} = 8\,x^\star$.

Le paramètre vaut $2\,p = 8$, si bien que le demi-paramètre est $p = 4$.

Le sommet est l'origine $\mathrm{A}^\star(0\,;0)$.

Le foyer est à droite du sommet : $\mathrm{F}^\star(\frac{p}{2}\,;0) = \mathrm{F}^\star(2\,;0)$

L'équation de la directrice est $x^\star = -\frac{p}{2} = -2$

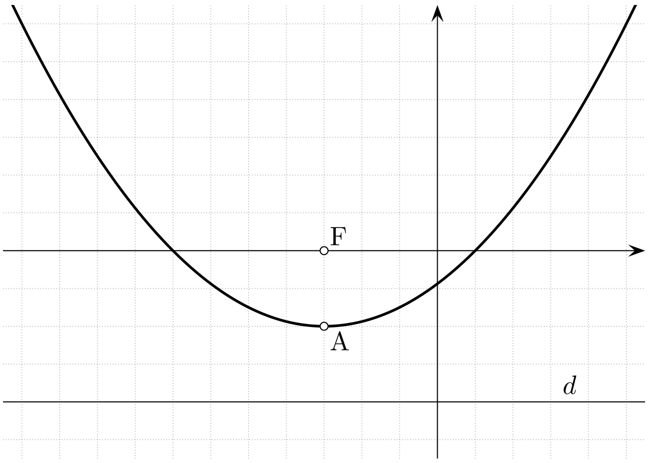
Transcrivons ces résultats dans le repère $\mathcal{R}$.

Le sommet est donné par $\begin{cases} x_\mathrm{A} = y^\star_\mathrm{A} - 3 = 0 - 3 = -3 \\ y_\mathrm{A} = x^\star_\mathrm{A} - 2 = 0 - 2 = -2 \end{cases}$ d'où $\mathrm{A}(-3\,;-2)$

Le foyer est donné par $\begin{cases} x_\mathrm{F} = y^\star_\mathrm{F} - 3 = 0 - 3 = -3 \\ y_\mathrm{F} = x^\star_\mathrm{F} - 2 = 2 - 2 = 0 \end{cases}$ donc $\mathrm{F}(-3\,;0)$

Le foyer est situé au-dessus du sommet.

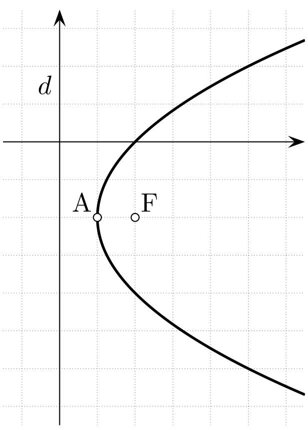
L'équation de la directrice $x^\star = -2$ devient $y + 2 = -2 \iff y = -4$



5) $y^2 - 4\,(x - y) + 8 = 0$
$y^2 + 4\,y + 8 = 4\,x$
$(y+2)^2 - 4 + 8 = 4\,x$
$(y+2)^2 = 4\,x - 4 = 4\,(x-1)$

Dans le repère $\mathcal{R}^\star$ défini par les relations
$$\begin{cases} x^\star = x - 1 \\ y^\star = y + 2 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} x = x^\star + 1 \\ y = y^\star - 2 \end{cases}$$
l'équation $(y+2)^2 = 4\,(x-1)$ de la parabole s'écrit ${y^\star}^2 = 4\,x^\star$.
Le paramètre vaut $2\,p = 4$, si bien que le demi-paramètre est $p = 2$.
Le sommet est l'origine $\mathrm{A}^\star(0\,;0)$.
Le foyer est à droite du sommet : $\mathrm{F}^\star(\frac{p}{2}\,;0) = \mathrm{F}^\star(1\,;0)$
L'équation de la directrice est $x^\star = -\frac{p}{2} = -1$

Transcrivons ces résultats dans le repère $\mathcal{R}$.
Le sommet est donné par $\begin{cases} x_{\mathrm{A}} = x^\star_{\mathrm{A}} + 1 = 0 + 1 = 1 \\ y_{\mathrm{A}} = y^\star_{\mathrm{A}} - 2 = 0 - 3 = -2 \end{cases}$ d'où $\mathrm{A}(1\,;-2)$
Le foyer est donné par $\begin{cases} x_{\mathrm{F}} = x^\star_{\mathrm{F}} + 1 = 1 + 1 = 2 \\ y_{\mathrm{F}} = y^\star_{\mathrm{F}} - 2 = 0 - 2 = -2 \end{cases}$ donc $\mathrm{F}(2\,;-2)$
Le foyer est situé à droite du sommet.
L'équation de la directrice $x^\star = -1$ devient $x - 1 = -1 \iff x = 0$



6) $y = 3\,x^2 + 4\,x + 5$

$3\,x^2 + 4\,x = y - 5$

$x^2 + \frac{4}{3}\,x = \frac{1}{3}\,y - \frac{5}{3}$

$\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{4}{9} = \frac{1}{3}\,y - \frac{5}{3}$

$\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{3}\,y - \frac{11}{9} = \frac{1}{3}\left(y - \frac{11}{3}\right)$

Dans le repère $\mathcal{R}^\star$ défini par les relations

$$\begin{cases} x^\star = y - \frac{11}{3} \\ y^\star = x + \frac{2}{3} \end{cases} \iff \begin{cases} x = y^\star - \frac{2}{3} \\ y = x^\star + \frac{11}{3} \end{cases}$$

l'équation $\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{3}\left(y - \frac{11}{3}\right)$ de la parabole s'écrit $y^{\star 2} = \frac{1}{3}\,x^\star$.

Le paramètre vaut $2\,p = \frac{1}{3}$, si bien que le demi-paramètre est $p = \frac{1}{6}$.

Le sommet est l'origine $\mathrm{A}^\star(0\,;0)$.

Le foyer est à droite du sommet : $\mathrm{F}^\star(\frac{p}{2}\,;0) = \mathrm{F}^\star(\frac{1}{12}\,;0)$

L'équation de la directrice est $x^\star = -\frac{p}{2} = -\frac{1}{12}$

Transcrivons ces résultats dans le repère $\mathcal{R}$.

Le sommet est donné par $\begin{cases} x_\mathrm{A} = y^\star_\mathrm{A} - \frac{2}{3} = 0 - \frac{2}{3} = -\frac{2}{3} \\ y_\mathrm{A} = x^\star_\mathrm{A} + \frac{11}{3} = 0 + \frac{11}{3} = \frac{11}{3} \end{cases}$ d'où $\mathrm{A}(-\frac{2}{3}\,;\frac{11}{3})$

Le foyer est donné par $\begin{cases} x_\mathrm{F} = y^\star_\mathrm{F} - \frac{2}{3} = 0 - \frac{2}{3} = -\frac{2}{3} \\ y_\mathrm{F} = x^\star_\mathrm{F} + \frac{11}{3} = \frac{1}{12} + \frac{11}{3} = \frac{15}{4} \end{cases}$ donc $\mathrm{F}(-\frac{2}{3}\,;\frac{15}{4})$

Le foyer est situé au-dessus du sommet.

L'équation de la directrice $x^\star = -\frac{1}{12}$ devient $y - \frac{11}{3} = -\frac{1}{12} \iff y = \frac{43}{12}$