5.8 1) On constate que la directrice $x = -1$ est verticale et que le foyer $\mathrm{F}(1\,;0)$ est situé à droite de la directrice.

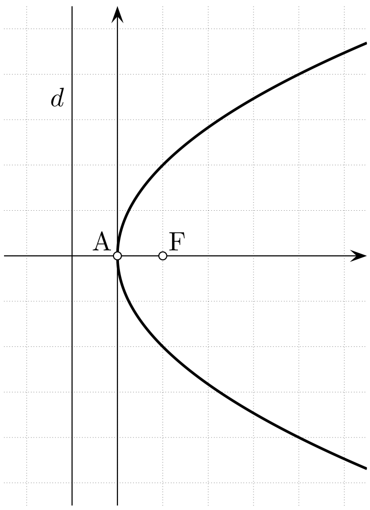
L'équation de la parabole est donc de la forme $(y - y_{\mathrm{A}})^2 = 2\,p\,(x - x_{\mathrm{A}})$.

Le demi-paramètre p est donné par la distance entre le foyer et la directrice : $p = \delta(\mathrm{F}\,;d) = \frac{|1+1|}{\sqrt{1^2+0^2}} = 2$

Les coordonnées du sommet A s'obtiennent à partir de celle du foyer F :

$$\begin{cases} x_{\mathrm{A}} = x_{\mathrm{F}} - \frac{p}{2} = 1 - \frac{2}{2} = 0 \\ y_{\mathrm{A}} = \quad y_{\mathrm{F}} = \quad 0 \end{cases} \quad \text{d'où } \mathrm{A}(0\,;0)$$

La parabole recherchée a par conséquent pour équation :
$(y - 0)^2 = 2 \cdot 2 \cdot (x - 0)$ c'est-à-dire $y^2 = 4\,x$.



2) On constate que la directrice $x = 2$ est verticale et que le foyer $\mathrm{F}(5\,;3)$ est situé à droite de la directrice.

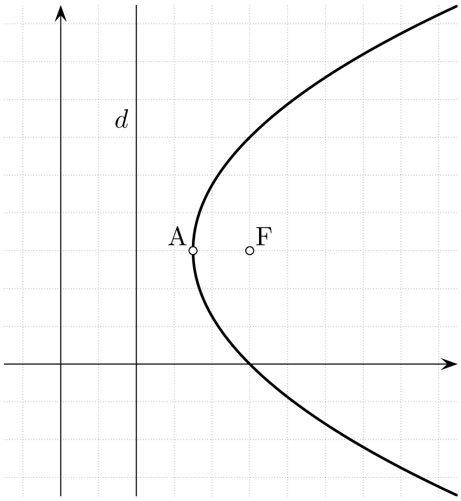
L'équation de la parabole est donc de la forme $(y - y_{\mathrm{A}})^2 = 2\,p\,(x - x_{\mathrm{A}})$.

Le demi-paramètre p est donné par la distance entre le foyer et la directrice : $p = \delta(\mathrm{F}\,;d) = \frac{|5-2|}{\sqrt{1^2+0^2}} = 3$

Les coordonnées du sommet A s'obtiennent à partir de celle du foyer F :

$$\begin{cases} x_{\mathrm{A}} = x_{\mathrm{F}} - \frac{p}{2} = 5 - \frac{3}{2} = \frac{7}{2} \\ y_{\mathrm{A}} = \quad y_{\mathrm{F}} = \quad 3 \end{cases} \quad \text{d'où } \mathrm{A}(\tfrac{7}{2}\,;3)$$

La parabole recherchée a par conséquent pour équation :
$(y - 3)^2 = 2 \cdot 3 \cdot \left(x - \frac{7}{2}\right)$ c'est-à-dire $(y - 3)^2 = 6\left(x - \frac{7}{2}\right)$.

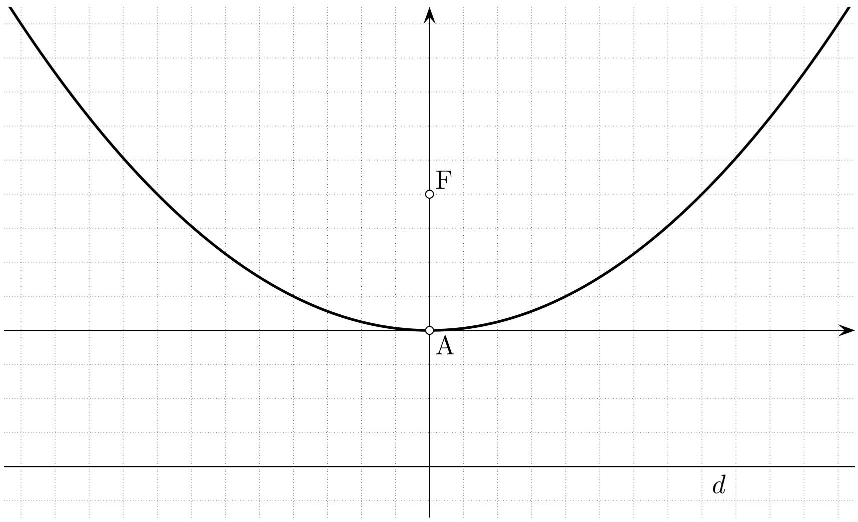


3) On remarque que la directrice $y = -4$ est horizontale et que le sommet $\mathrm{A}(0\,;0)$ est situé au-dessus de la directrice.

L'équation de la parabole est donc de la forme $x^2 = 2\,p\,y$.

La distance entre le sommet $\mathrm{A}(0\,;0)$ et la directrice $d : y + 4 = 0$ correspond à la moitié du demi-paramètre :
$\frac{p}{2} = \delta(\mathrm{A}\,; d) = \frac{|0+4|}{\sqrt{0^2+1^2}} = 4$, d'où suit que $p = 8$.

La parabole recherchée a ainsi pour équation $x^2 = 16\,y$.

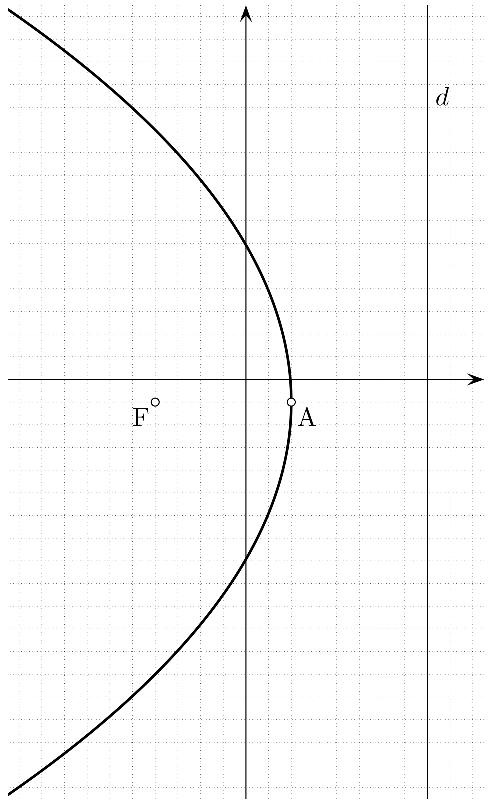


4) On constate que la directrice $x = 8$ est verticale et que le sommet $\mathrm{A}(2\,;-1)$ est situé à gauche de la directrice.

L'équation de la parabole est donc de la forme $(y + 1)^2 = -p\,(x - 2)$.

La distance entre le sommet $\mathrm{A}(2\,;-1)$ et la directrice $d : x - 8 = 0$ correspond à la moitié du demi-paramètre :
$\frac{p}{2} = \delta(\mathrm{A}\,; d) = \frac{|2-8|}{\sqrt{1^2+0^2}} = 6$, si bien que $p = 12$.

La parabole recherchée a dès lors pour équation $(y + 1)^2 = -24\,(x - 2)$.


d
F
A