

**11.10** 1) L'égalité  $2 \sin(3x + \frac{\pi}{6}) = -1$  équivaut à  $\sin(3x + \frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{2}$ .

Or,  $\sin(-\frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{2}$ , de sorte que :

$$\begin{cases} 3x_1 + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ 3x_2 + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

En retirant  $\frac{\pi}{6}$  aux membres de ces égalités, on obtient :

$$\begin{cases} 3x_1 = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ 3x_2 = \pi + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

En divisant par 3 ces équations, on conclut :

$$\begin{cases} x_1 = -\frac{\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3} \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ x_2 = \frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{3} \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

2) Vu que  $\cos(0) = 1$ , on a :

$$\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4} = 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z}$$

L'addition de  $\frac{\pi}{4}$  donne :

$$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z}$$

En multipliant cette équation par 2, il appert que :

$$x = \frac{\pi}{2} + 4k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z}$$

3) L'égalité  $\sin(3x) = \sin(2x)$  implique :

$$\begin{cases} 3x_1 = 2x_1 + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ 3x_2 = \pi - 2x_2 + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

En soustrayant  $2x_1$  dans la première équation et en ajoutant  $2x_2$  dans la seconde, on obtient :

$$\begin{cases} x_1 = 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ 5x_2 = \pi + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Enfin, en divisant la seconde équation par 5, on a :

$$\begin{cases} x_1 = 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ x_2 = \frac{\pi}{5} + \frac{2k\pi}{5} \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

4) L'identité  $\cos(2x) = \cos(4x)$  conduit à :

$$\begin{cases} 2x_1 = 4x_1 + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ 2x_2 = -4x_2 + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

La soustraction de  $4x_1$  dans la première équation et l'addition de  $4x_2$  dans la seconde donnent :

$$\begin{cases} -2x_1 = 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ 6x_2 = 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

En divisant ces équations respectivement par  $-2$  et  $6$ , on conclut à :

$$\begin{cases} x_1 = -k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} = k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ x_2 = \frac{k\pi}{3} \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$