

**11.15** 1)  $\cos(2x) = \cos(x - \frac{\pi}{3})$  implique :

$$\begin{cases} 2x_1 = x_1 - \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ 2x_2 = -(x_2 - \frac{\pi}{3}) + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

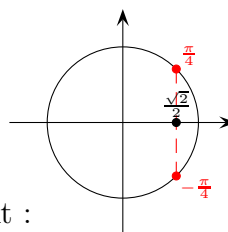
$$\begin{cases} 2x_1 = x_1 - \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ 2x_2 = -x_2 + \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ 3x_2 = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ x_2 = \frac{\pi}{9} + \frac{2k\pi}{3} \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

2)  $\cos(5x + \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\begin{cases} 5x_1 + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ 5x_2 + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



En multipliant ces équations par 12, on obtient :

$$\begin{cases} 60x_1 + 4\pi = 3\pi + 24k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ 60x_2 + 4\pi = -3\pi + 24k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 60x_1 = -\pi + 24k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ 60x_2 = -7\pi + 24k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Finalement, en divisant par 60 et en réduisant les fractions, on trouve :

$$\begin{cases} x_1 = -\frac{\pi}{60} + \frac{2k\pi}{5} \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ x_2 = -\frac{7\pi}{60} + \frac{2k\pi}{5} \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

3)  $\sin(3x) = \sin(2x - \frac{\pi}{4})$  implique :

$$\begin{cases} 3x_1 = 2x_1 - \frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ 3x_2 = \pi - (2x_2 - \frac{\pi}{4}) + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

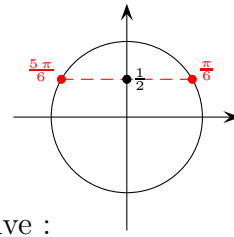
$$\begin{cases} 3x_1 = 2x_1 - \frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ 3x_2 = \frac{5\pi}{4} - 2x_2 + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ 5x_2 = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ x_2 = \frac{\pi}{4} + \frac{2k\pi}{5} \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$4) \sin(-x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} -x_1 + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ -x_2 + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



En multipliant ces équations par  $-12$ , on trouve :

$$\begin{cases} 12x_1 - 3\pi = -2\pi - 24k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ 12x_2 - 3\pi = -10\pi - 24k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12x_1 = \pi - 24k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ 12x_2 = -7\pi - 24k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Il ne reste plus qu'à diviser par 12 pour conclure :

$$\begin{cases} x_1 = \frac{\pi}{12} - 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ x_2 = -\frac{7\pi}{12} - 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$