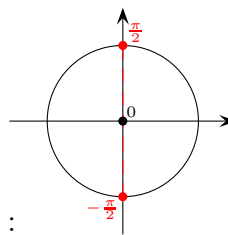


11.17 1) $\cos\left(\frac{x}{2}\right) = 0$

$$\begin{cases} \frac{x_1}{2} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ \frac{x_2}{2} = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



En multipliant ces équations par 2, on obtient :

$$\begin{cases} x_1 = \pi + 4k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ x_2 = -\pi + 4k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Il reste à trouver, parmi ces solutions, celles qui sont dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$.

(a) i. $-\pi < \pi + 4k\pi$

$$-2\pi < 4k\pi$$

$$-\frac{1}{2} < k$$

ii. $\pi \geq \pi + 4k\pi$

$$0 \geq 4k\pi$$

$$0 \geq k$$

La contrainte $-\frac{1}{2} < k \leq 0$, avec k entier, implique $k = 0$.

Si $k = 0$, alors $x_1 = \pi + 4 \cdot 0 \cdot \pi = \pi$.

(b) i. $-\pi < -\pi + 4k\pi$

$$0 < 4k\pi$$

$$0 < k$$

ii. $\pi \geq -\pi + 4k\pi$

$$2\pi \geq 4k\pi$$

$$\frac{1}{2} \geq k$$

La contrainte $0 < k \leq \frac{1}{2}$, avec k entier, est impossible à satisfaire.

Il n'y a donc qu'une seule solution $S = \{\pi\}$.

2) $\cos(3x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ implique :

$$\begin{cases} 3x_1 = x_1 + \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ 3x_2 = -(x_2 + \frac{\pi}{6}) + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ 4x_2 = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{\pi}{12} + k\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ x_2 = -\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Il reste à trouver, parmi ces solutions, celles qui sont dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$.

(a) i. $-\pi < \frac{\pi}{12} + k\pi$

$$-\frac{13\pi}{12} < k\pi$$

$$-\frac{13}{12} < k$$

$$\text{ii. } \pi \geq \frac{\pi}{12} + k\pi$$

$$\frac{11\pi}{12} \geq k\pi$$

$$\frac{11}{12} \geq k$$

La contrainte $-\frac{13}{12} < k \leq \frac{11}{12}$, avec k entier, implique $k = -1$ ou $k = 0$.

Si $k = -1$, alors $x_1 = \frac{\pi}{12} + (-1) \cdot \pi = \frac{\pi}{12} - \frac{12\pi}{12} = -\frac{11\pi}{12}$.

Si $k = 0$, alors $x_1 = \frac{\pi}{12} + 0 \cdot \pi = \frac{\pi}{12}$.

$$\text{(b) i. } -\pi < -\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}$$

$$-24\pi < -\pi + 12k\pi$$

$$-23\pi < 12k\pi$$

$$-\frac{23}{12} < k$$

$$\text{ii. } \pi \geq -\frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}$$

$$24\pi \geq -\pi + 12k\pi$$

$$25\pi \geq 12k\pi$$

$$\frac{25}{12} \geq k$$

La contrainte $-\frac{23}{12} < k \leq \frac{25}{12}$, avec k entier, donne $k = -1$, $k = 0$, $k = 1$ ou $k = 2$.

Si $k = -1$, alors $x_2 = -\frac{\pi}{24} + \frac{(-1) \cdot \pi}{2} = -\frac{\pi}{24} - \frac{12\pi}{24} = -\frac{13\pi}{24}$.

Si $k = 0$, alors $x_2 = -\frac{\pi}{24} + \frac{0 \cdot \pi}{2} = -\frac{\pi}{24}$.

Si $k = 1$, alors $x_2 = -\frac{\pi}{24} + \frac{1 \cdot \pi}{2} = -\frac{\pi}{24} + \frac{12\pi}{24} = \frac{11\pi}{24}$.

Si $k = 2$, alors $x_2 = -\frac{\pi}{24} + \frac{2 \cdot \pi}{2} = -\frac{\pi}{24} + \frac{24\pi}{24} = \frac{23\pi}{24}$.

On conclut que les solutions sont $S = \{-\frac{11\pi}{12}; -\frac{13\pi}{24}; -\frac{\pi}{24}; \frac{\pi}{12}; \frac{11\pi}{24}; \frac{23\pi}{24}\}$.