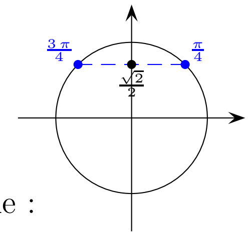
11.8 1) Sachant que $\sin(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, on a :



$$\begin{cases} x_1 = \frac{\pi}{4} + 2\,k\,\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ x_2 = \frac{3\,\pi}{4} + 2\,k\,\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

2) De même, l'équation $\sin(\frac{2\,x}{3}) = \sin(\frac{\pi}{4})$ implique :

$$\begin{cases} \frac{2\,x_1}{3} = \frac{\pi}{4} + 2\,k\,\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ \frac{2\,x_2}{3} = \frac{3\,\pi}{4} + 2\,k\,\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

En multipliant ces équations par $\frac{3}{2}$, il en résulte :

$$\begin{cases} x_1 = \frac{3\,\pi}{8} + 3\,k\,\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ x_2 = \frac{9\,\pi}{8} + 3\,k\,\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

3) En suivant le même raisonnement, on a :

$$\begin{cases} \frac{2\,x_1}{3} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 2\,k\,\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ \frac{2\,x_2}{3} + \frac{\pi}{4} = \frac{3\,\pi}{4} + 2\,k\,\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

En soustrayant $\frac{\pi}{4}$ aux membres de ces égalités, il suit :

$$\begin{cases} \frac{2\,x_1}{3} = 2\,k\,\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ \frac{2\,x_2}{3} = \frac{\pi}{2} + 2\,k\,\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

On résout l'équation initiale en multipliant par $\frac{3}{2}$:

$$\begin{cases} x_1 = 3\,k\,\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \\ x_2 = \frac{3\,\pi}{4} + 3\,k\,\pi \text{ où } k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$