1 Signe d'une constante

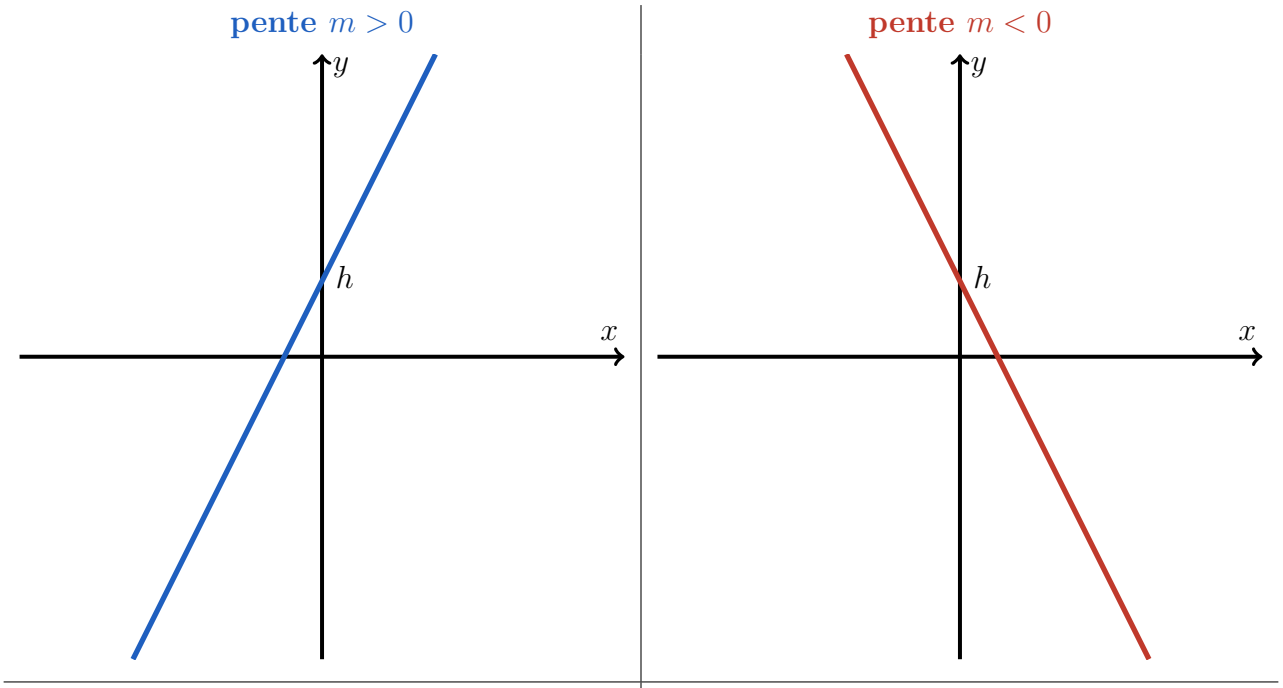
Soit $c \in \mathbb{R}$, alors le signe de c est :

$$\text{signe}(c) = \begin{cases} + & \text{si } c > 0, \\ 0 & \text{si } c = 0, \\ - & \text{si } c < 0. \end{cases}$$

Par exemple $\text{signe}(1) = +$ et $\text{signe}(-2) = -$.

2 Signe de $y = mx + h$

Si $m = 0$ on est dans le cas précédent. Supposons donc $m \neq 0$. Lorsque l'on écrit $y = mx + h$ (ou, ce qui est équivalent, $y = h + mx$), le coefficient m qui multiplie x est la pente. Le terme que l'on additionne (h) est l'ordonnée à l'origine. Nous avons $y = 0$ pour $x = -\frac{h}{m}$.



x		$-h/m$	
$mx + h$	$-$	0	$+$

x		$-h/m$	
$mx + h$	$+$	0	$-$

On peut synthétiser cela en un seul tableau de signes :

x		$-h/m$	
$mx + h$	$-\,\text{signe}(m)$	0	$\text{signe}(m)$

À retenir. En lisant le graphe de gauche à droite, une droite de pente $m > 0$ **monte**, alors qu'une droite de pente $m < 0$ **descend**.

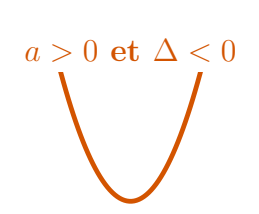
3 Signe de $ax^2 + bx + c$

Si $a = 0$ on est dans le cas précédent. Supposons donc $a \neq 0$. L'ordre dans lequel on écrit les termes de la somme n'a pas d'importance : $ax^2 + bx + c = c + bx + ax^2 = bx + c + ax^2$, etc.
On définit $\Delta = b^2 - 4ac$ (attention à bien identifier les coefficients a, b et c).

1. Si $\Delta < 0$, l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'admet pas de solution ;
2. Si $\Delta = 0$, l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet une solution double $x = -\frac{b}{2a}$;
3. Si $\Delta > 0$, l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet deux solutions : $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ avec $x_1 < x_2$.

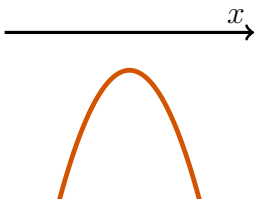
La seule connaissance du signe de a et de Δ permet de déterminer les signes. Pour s'en convaincre, regardons les graphes de nos paraboles (sommet $S\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$) par rapport à l'axe Ox :

$a > 0$ et $\Delta < 0$



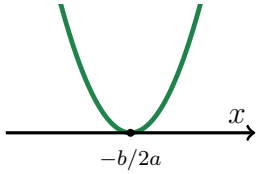
x	
$ax^2 + bx + c$	$+$

$a < 0$ et $\Delta < 0$



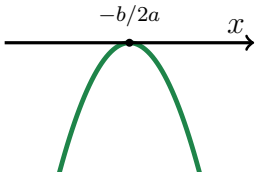
x	
$ax^2 + bx + c$	$-$

$a > 0$ et $\Delta = 0$



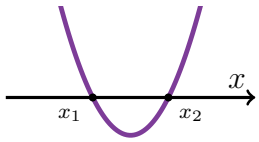
x	$-b/2a$	
$ax^2 + bx + c$	0	$+$

$a < 0$ et $\Delta = 0$



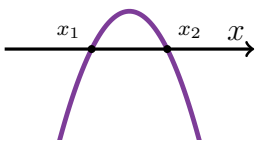
x	$-b/2a$	
$ax^2 + bx + c$	0	$-$

$a > 0$ et $\Delta > 0$



x	x_1		x_2	
$ax^2 + bx + c$	0	$-$	0	$+$

$a < 0$ et $\Delta > 0$



x	x_1		x_2	
$ax^2 + bx + c$	0	$+$	0	$-$

À retenir. Si $a > 0$, la parabole fait un **sourire** (branches vers le haut) ; si $a < 0$, elle fait la **grimace** (branches vers le bas).

Pour mémoire. $a > 0$: parabole « sourire », signe de a positif à l'extérieur des racines ; $a < 0$: parabole « grimace », signe de a négatif à l'extérieur des racines.

On peut synthétiser cela en trois tableaux de signes :

x	
$ax^2 + bx + c$ avec $\Delta < 0$	signe(a)

x		$-b/2a$	
$ax^2 + bx + c$ avec $\Delta = 0$	signe(a)	0	signe(a)

x		x_1		x_2	
$ax^2 + bx + c$ avec $\Delta > 0$	signe(a)	0	$-$ signe(a)	0	signe(a)