

9 Norme

Rappelons que la norme d'un vecteur  $\vec{a}$ , que l'on note  $\|\vec{a}\|$ , désigne la longueur d'un représentant du vecteur  $\vec{a}$ .

Un vecteur  $\vec{a}$  est dit **unitaire** s'il est de longueur 1, c'est-à-dire si  $\|\vec{a}\| = 1$ .

Une base  $(\vec{e}_1; \vec{e}_2)$  du plan est dite **orthonormée** si ses vecteurs sont unitaires et orthogonaux, c'est-à-dire si  $\|\vec{e}_1\| = \|\vec{e}_2\| = 1$  et si  $\vec{e}_1 \perp \vec{e}_2$ .

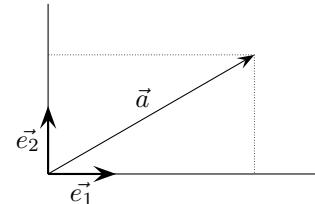
Un repère est dit **orthonormé** si la base associée est orthonormée.

Dorénavant, les bases et les repères seront orthonormés.

Soit  $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$  un vecteur du plan.

Le théorème de Pythagore implique :

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{{a_1}^2 + {a_2}^2}$$



- 9.1** Vérifier que les vecteurs suivants sont unitaires :

1)  $\begin{pmatrix} \frac{3}{5} \\ -\frac{4}{5} \end{pmatrix}$

2)  $\begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{6}{\sqrt{45}} \end{pmatrix}$

**9.2** Montrer que les points A(8 ; -2), B(6 ; 2) et C(6 ; -6) sont situés sur un cercle centré en P(3 ; -2) dont on déterminera le rayon.

**9.3** On donne les points A(2 ; 1), B(5 ; 5) et C(0 ; -7). Calculer le périmètre du triangle ABC.

**9.4** Soient les points A(6 ; 4), B(12 ; -2) et C(17 ; 9).

  - 1) Montrer que le triangle ABC est isocèle.
  - 2) Calculer son aire de deux manières différentes.

Rappel :  $\|k \vec{a}\| = |k| \|\vec{a}\|$

- 9.5** Former les vecteurs colinéaires au vecteur  $\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$  et dont la norme vaut :  
1) 15                            2) 1                            3) 7

**9.6** On donne les points A(4 ; -1) et B(-5 ; 11). Déterminer les coordonnées du point P situé sur la droite AB à une distance 3 du point A.

**9.7** Soient les points A(5 ; 3) et B(-2 ; k). Déterminer k pour que le point P(2 ; -1) soit situé sur la médiatrice du segment AB.

## Réponses

**9.2**       $r = 5$

**9.3**       $18 + 2\sqrt{17}$

**9.4**      1)  $\|\overrightarrow{AC}\| = \|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{146}$       2) 48

**9.5**      1)  $\begin{pmatrix} 12 \\ -9 \end{pmatrix}$  et  $\begin{pmatrix} -12 \\ 9 \end{pmatrix}$       2)  $\begin{pmatrix} \frac{4}{5} \\ -\frac{3}{5} \end{pmatrix}$  et  $\begin{pmatrix} -\frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} \end{pmatrix}$       3)  $\begin{pmatrix} \frac{28}{5} \\ -\frac{21}{5} \end{pmatrix}$  et  $\begin{pmatrix} -\frac{28}{5} \\ \frac{21}{5} \end{pmatrix}$

**9.6**       $P_1\left(\frac{11}{5}; \frac{7}{5}\right)$    ou    $P_2\left(\frac{29}{5}; -\frac{17}{5}\right)$

**9.7**       $k = -4$    ou    $k = 2$