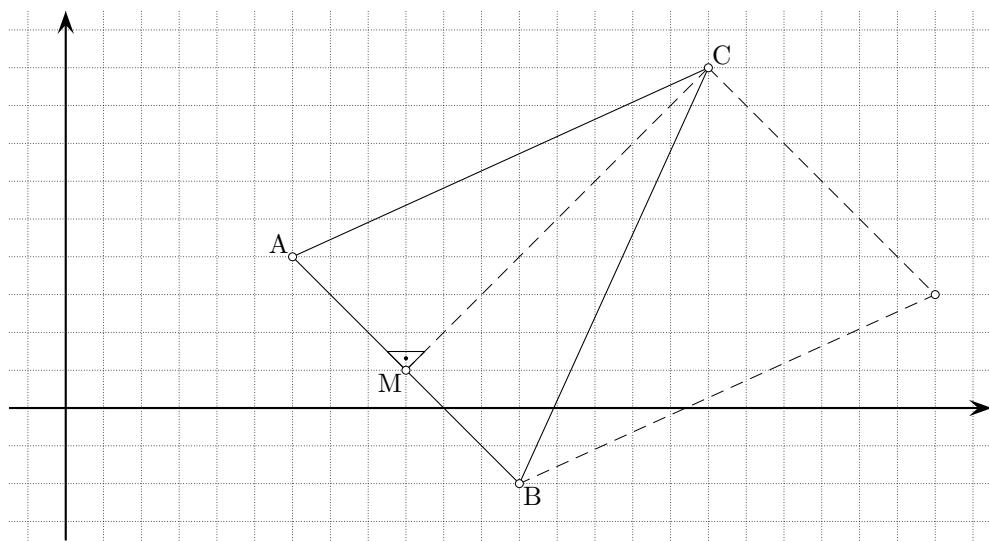


9.4



$$1) \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 17 - 6 \\ 9 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{11^2 + 5^2} = \sqrt{146}$$

$$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 17 - 12 \\ 9 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 11 \end{pmatrix} \quad \|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{5^2 + 11^2} = \sqrt{146}$$

Puisque les côtés AC et BC ont même longueur, le triangle ABC est isocèle en C.

$$2) (a) \text{ Le milieu des points } A \text{ et } B \text{ est } M\left(\frac{6+12}{2}, \frac{4+(-2)}{2}\right) = M(9; 1)$$

Calculons la longueur de la base AB :

$$\begin{aligned} \|\overrightarrow{AB}\| &= \left\| \begin{pmatrix} 12 - 6 \\ -2 - 4 \end{pmatrix} \right\| = \left\| \begin{pmatrix} 6 \\ -6 \end{pmatrix} \right\| = \left\| 6 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\| = 6 \left\| \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\| = \\ &= 6 \sqrt{1^2 + (-1)^2} = 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

Calculons la longueur de la hauteur MC :

$$\begin{aligned} \|\overrightarrow{MC}\| &= \left\| \begin{pmatrix} 17 - 9 \\ 9 - 1 \end{pmatrix} \right\| = \left\| \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \end{pmatrix} \right\| = \left\| 8 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\| = 8 \left\| \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\| = \\ &= 8 \sqrt{1^2 + 1^2} = 8\sqrt{2} \end{aligned}$$

Finalement, l'aire du triangle ABC vaut  $\frac{6\sqrt{2} \cdot 8\sqrt{2}}{2} = \frac{48 \cdot 2}{2} = 48$ .

(b) L'aire du triangle ABC vaut la moitié de l'aire du parallélogramme formé par les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$ . Celle-ci est donnée, au signe près, par leur déterminant :

$$\begin{vmatrix} 6 & 11 \\ -6 & 5 \end{vmatrix} = 6 \cdot 5 - (-6) \cdot 11 = 30 + 66 = 96$$

Ainsi l'aire du triangle ABC vaut  $\frac{96}{2} = 48$ .