



$$1) \quad \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 17-6 \\ 9-12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{11^2 + 3^2} = \sqrt{146}$$

$$\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 17-12 \\ 9-(-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 11 \end{pmatrix} \quad \|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{5^2 + 11^2} = \sqrt{146}$$

Puisque les côtés AC et BC ont même longueur, le triangle ABC est isocèle en C.

$$2) (a) \quad \text{Le milieu des points A et B est } M\left(\frac{6+12}{2}; \frac{12+(-2)}{2}\right) = M(9; 1)$$

Calculons la longueur de la base AB :

$$\begin{aligned} \|\overrightarrow{AB}\| &= \left\| \begin{pmatrix} 12-6 \\ -2-12 \end{pmatrix} \right\| = \left\| \begin{pmatrix} 6 \\ -14 \end{pmatrix} \right\| = \left\| 6 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\| = 6 \left\| \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\| = \\ &= 6 \sqrt{1^2 + (-2)^2} = 6\sqrt{5} \end{aligned}$$

Calculons la longueur de la hauteur MC :

$$\begin{aligned} \|\overrightarrow{MC}\| &= \left\| \begin{pmatrix} 17-9 \\ 9-1 \end{pmatrix} \right\| = \left\| \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \end{pmatrix} \right\| = \left\| 8 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\| = 8 \left\| \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\| = \\ &= 8 \sqrt{1^2 + 1^2} = 8\sqrt{2} \end{aligned}$$

Finalement, l'aire du triangle ABC vaut $\frac{6\sqrt{5} \cdot 8\sqrt{2}}{2} = \frac{48\sqrt{10}}{2} = 24\sqrt{10}$.

(b) L'aire du triangle ABC vaut la moitié de l'aire du parallélogramme formé par les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} . Celle-ci est donnée, au signe près, par leur déterminant :

$$\begin{vmatrix} 6 & 11 \\ -6 & 5 \end{vmatrix} = 6 \cdot 5 - (-6) \cdot 11 = 30 + 66 = 96$$

Ainsi l'aire du triangle ABC vaut $\frac{96}{2} = 48$.