9.5 Rappelons que tout vecteur colinéaire au vecteur $\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ est de la forme $\lambda \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$.

La norme de ce dernier vecteur vaut :

$$\left\| \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \right\| = |\lambda| \left\| \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \right\| = |\lambda| \sqrt{4^2 + (-3)^2} = |\lambda| \sqrt{25} = 5\,|\lambda|$$

1) $15 = 5\,|\lambda|$ implique $|\lambda| = 3$, de sorte que $\lambda = 3$ ou $\lambda = -3$.
Les vecteurs recherchés sont donc :
$$3 \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ -9 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad -3 \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ 9 \end{pmatrix}$$

2) $1 = 5\,|\lambda|$ donne $|\lambda| = \frac{1}{5}$, si bien que $\lambda = \frac{1}{5}$ ou $\lambda = -\frac{1}{5}$.
Les vecteurs recherchés sont ainsi :
$$\tfrac{1}{5} \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} \\ -\frac{3}{5} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad -\tfrac{1}{5} \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

3) $7 = 5\,|\lambda|$ fournit $|\lambda| = \frac{7}{5}$, d'où l'on tire $\lambda = \frac{7}{5}$ ou $\lambda = -\frac{7}{5}$.
Les vecteurs solutions sont par conséquent :
$$\tfrac{7}{5} \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{28}{5} \\ -\frac{21}{5} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad -\tfrac{7}{5} \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{28}{5} \\ \frac{21}{5} \end{pmatrix}$$