

**10.5** 1) Montrons que tous les côtés du quadrilatère ABCD sont isométriques.

$$\|\overrightarrow{AB}\| = \left\| \begin{pmatrix} 3 - 5 \\ 1 + 8 \end{pmatrix} \right\| = \left\| \begin{pmatrix} -2 \\ 9 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{(-2)^2 + 9^2} = \sqrt{4 + 81} = \sqrt{85}$$

$$\|\overrightarrow{BC}\| = \left\| \begin{pmatrix} -4 - 3 \\ 7 - 1 \end{pmatrix} \right\| = \left\| \begin{pmatrix} -7 \\ 6 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{(-7)^2 + 6^2} = \sqrt{49 + 36} = \sqrt{85}$$

$$\|\overrightarrow{CD}\| = \left\| \begin{pmatrix} -2 + 4 \\ -2 - 7 \end{pmatrix} \right\| = \left\| \begin{pmatrix} 2 \\ -9 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{2^2 + (-9)^2} = \sqrt{4 + 81} = \sqrt{85}$$

$$\|\overrightarrow{AD}\| = \left\| \begin{pmatrix} -2 - 5 \\ -2 + 8 \end{pmatrix} \right\| = \left\| \begin{pmatrix} -7 \\ 6 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{(-7)^2 + 6^2} = \sqrt{49 + 36} = \sqrt{85}$$

2) Montrons que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires.

$$\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} -2 + 4 \\ -2 - 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -9 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} -4 - 5 \\ 7 + 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 15 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix} -2 - 3 \\ -2 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = \begin{pmatrix} -9 \\ 15 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix} = 45 - 45 = 0$$