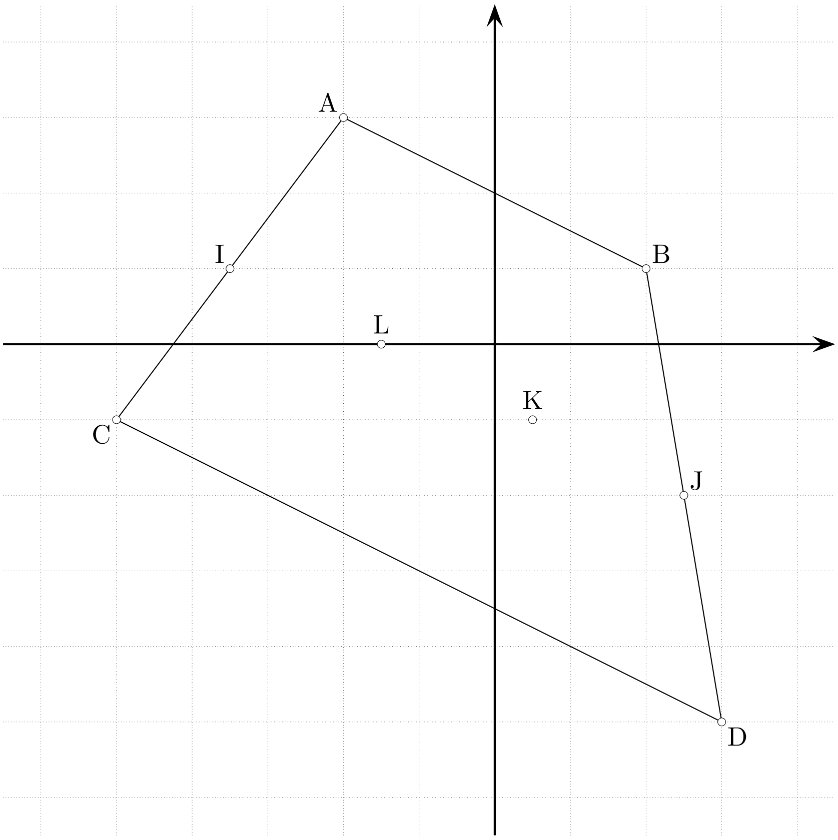
8.13



1) Pour prouver que le quadrilatère ABCD est un trapèze, il suffit de montrer que les côtés AB et CD sont parallèles, en d'autres termes que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires :

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2-(-2) \\ 1-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\qquad \overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 3-(-5) \\ -5-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}$

Soit on remarque que $\overrightarrow{CD} = 2\,\overrightarrow{AB}$, soit on constate que le déterminant $\begin{vmatrix} 4 & 8 \\ -2 & -4 \end{vmatrix} = 4 \cdot (-4) - (-2) \cdot 8 = -16 + 16 = 0$.

2) $\mathrm{I}\frac{-2-5}{2}\,;\frac{3-1}{2}) = \mathrm{I}(-\frac{7}{2}\,;1)$ $\qquad \mathrm{J}(\frac{2+3}{2}\,;\frac{1-5}{2}) = \mathrm{J}(\frac{5}{2}\,;-2)$

$\mathrm{K}(\frac{-2+3}{2}\,;\frac{3-5}{2}) = \mathrm{K}(\frac{1}{2}\,;-1)$ $\qquad \mathrm{L}(\frac{2-5}{2}\,;\frac{1-1}{2}) = \mathrm{L}(-\frac{3}{2}\,;0)$

3) $\overrightarrow{IJ} = \begin{pmatrix} \frac{5}{2}+\frac{7}{2} \\ -2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\qquad \overrightarrow{IK} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}+\frac{7}{2} \\ -1-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{IL} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2}+\frac{7}{2} \\ 0-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

Les égalités $\overrightarrow{IJ} = 3\,\overrightarrow{IL}$ et $\overrightarrow{IK} = 2\,\overrightarrow{IL}$ prouvent que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{IK}$ et $\overrightarrow{IL}$ sont colinéaires et donc que les points I, J, K et L sont alignés.