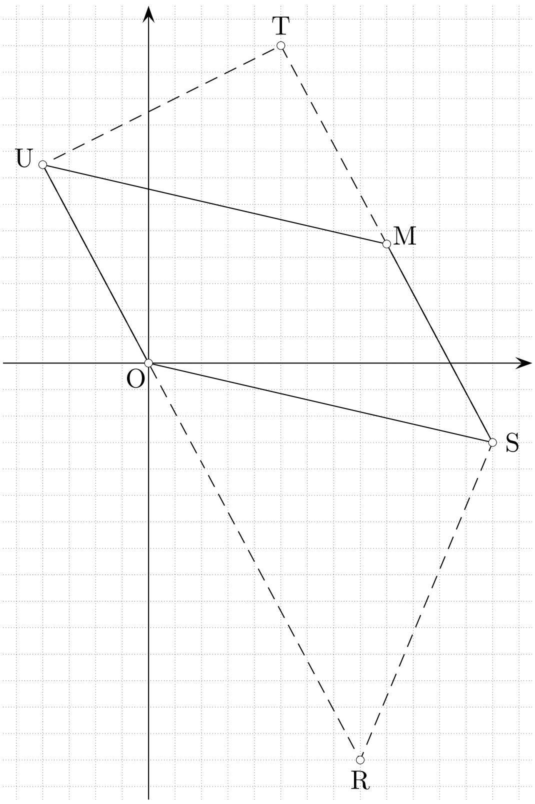
8.15



1) $\mathrm{M}\Big(\frac{13+5}{2}\,;\,\frac{-3+12}{2}\Big) = \mathrm{M}\Big(9\,;\,\frac{9}{2}\Big)$

Pour montrer que le quadrilatère OSMU est un parallélogramme, il suffit de vérifier l'une des égalités vectorielles $\overrightarrow{\mathrm{OS}} = \overrightarrow{\mathrm{UM}}$ ou $\overrightarrow{\mathrm{OU}} = \overrightarrow{\mathrm{SM}}$.

(a) $\overrightarrow{\mathrm{OS}} = \begin{pmatrix} 13-0 \\ -3-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ -3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{\mathrm{UM}} = \begin{pmatrix} 9-(-4) \\ \frac{9}{2}-\frac{15}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ -3 \end{pmatrix}$

(b) $\overrightarrow{\mathrm{OU}} = \begin{pmatrix} -4-0 \\ \frac{15}{2}-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ \frac{15}{2} \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{\mathrm{SM}} = \begin{pmatrix} 9-13 \\ \frac{9}{2}-(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ \frac{15}{2} \end{pmatrix}$

2) Pour montrer que le quadrilatère RSTU est un trapèze, il faut montrer que les vecteurs UR et TS sont colinéaires.

$\overrightarrow{\mathrm{UR}} = \begin{pmatrix} 8-(-4) \\ -15-\frac{15}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ -\frac{45}{2} \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{\mathrm{TS}} = \begin{pmatrix} 13-5 \\ -3-12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -15 \end{pmatrix}$

$\det(\overrightarrow{\mathrm{UR}}\,;\overrightarrow{\mathrm{TS}}) = \begin{vmatrix} 12 & 8 \\ -\frac{45}{2} & -15 \end{vmatrix} = 12\cdot(-15) - \Big(-\frac{45}{2}\Big)\cdot 8 = 0$