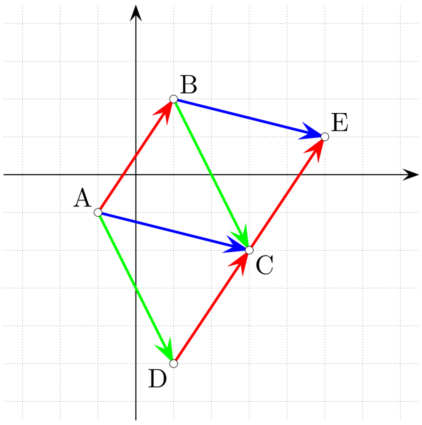
8.5



1) Les propositions suivantes sont équivalentes :
   (a) Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme
   (b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
   (c) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

   On peut se servir, à choix, de l'égalité $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ ou $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

   Utilisons par exemple l'égalité $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$:
   $$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1-(-1) \\ 2-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} 3-d_1 \\ -2-d_2 \end{pmatrix}$$

   Il en résulte donc :
   $$\begin{cases} 2 = 3 - d_1 \\ 3 = -2 - d_2 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} d_1 = 1 \\ d_2 = -5 \end{cases}$$

   On a ainsi trouvé le point $D(1\,;-5)$.

2) Les propositions suivantes sont équivalentes :
   (a) Le quadrilatère ABEC est un parallélogramme
   (b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$
   (c) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BE}$

   On peut se servir, à choix, de l'égalité $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CE}$ ou $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BE}$.

   Utilisons par exemple l'égalité $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BE}$:
   $$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 3-(-1) \\ -2-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{BE} = \begin{pmatrix} e_1-1 \\ e_2-2 \end{pmatrix}$$

   Il en résulte donc :
   $$\begin{cases} 4 = e_1 - 1 \\ -1 = e_2 - 2 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} 5 = e_1 \\ 1 = e_2 \end{cases}$$

   On a ainsi trouvé le point $E(5\,;1)$.