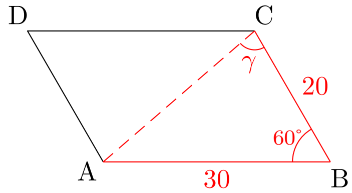
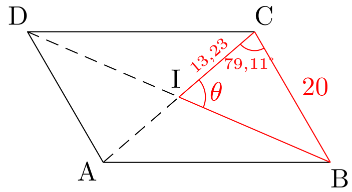
13.5 Calculons la longueur AC en appliquant le théorème du cosinus au triangle ABC :



$\mathrm{AC}^2 = 30^2 + 20^2 - 2 \cdot 30 \cdot 20 \cdot \cos(60^\circ) = 700$
$\mathrm{AC} = \sqrt{700} \approx 26{,}46$

Toujours avec le théorème du cosinus, déterminons l'angle γ :
$30^2 = 20^2 + (\sqrt{700})^2 - 2 \cdot 20 \cdot \sqrt{700} \cdot \cos(\gamma)$
$30^2 - 20^2 - (\sqrt{700})^2 = -2 \cdot 20 \cdot \sqrt{700} \cdot \cos(\gamma)$
$\cos(\gamma) = \dfrac{30^2 - 20^2 - (\sqrt{700})^2}{-2 \cdot 20 \cdot \sqrt{700}} \approx 0{,}188\ 982$
$\gamma = \cos^{-1}(0{,}188\ 982) \approx 79{,}11^\circ$

Après avoir rappelé que les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu (donc $\mathrm{CI} = \frac{\mathrm{AC}}{2} = \frac{\sqrt{700}}{2} \approx 13{,}23$), considérons à présent le triangle BCI :



Appliquons le théorème du cosinus pour calculer BI :
$\mathrm{BI}^2 = 13{,}23^2 + 20^2 - 2 \cdot 13{,}23 \cdot 20 \cdot \cos(79{,}11) = 475$
$\mathrm{BI} = \sqrt{475} \approx 21{,}79$

Il en résulte $\mathrm{BD} = 2 \cdot \mathrm{BI} = 2\,\sqrt{475} \approx 43{,}59$

Calculons enfin l'angle θ grâce au théorème du cosinus :
$20^2 = 13{,}23^2 + 21{,}79^2 - 2 \cdot 13{,}23 \cdot 21{,}79 \cdot \cos(\theta)$
$20^2 - 13{,}23^2 - 21{,}79^2 = -2 \cdot 13{,}23 \cdot 21{,}79 \cdot \cos(\theta)$
$\cos(\theta) = \dfrac{20^2 - 13{,}23^2 - 21{,}79^2}{-2 \cdot 13{,}23 \cdot 21{,}79} \approx 0{,}433\ 555$
$\theta = \cos^{-1}(0{,}433\ 555) \approx 64{,}31^\circ$