

A la page 11 du polycopié, on a la formule suivante pour le calcul de la moyenne : $\bar{x} = f_1 \cdot c_1 + f_2 \cdot c_2 + \dots + f_n \cdot c_n$.

A la page 17, on a la formule suivante pour calculer la variance : $s^2 = f_1 \cdot (c_1 - \bar{x})^2 + f_2 \cdot (c_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_n \cdot (c_n - \bar{x})^2$

Grâce au produit remarquable $(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$ appliqué aux $(c_i - \bar{x})^2 = c_i^2 - 2c_i\bar{x} + \bar{x}^2$

$$\begin{aligned} \text{on obtient } s^2 &= \underline{f_1 \cdot (c_1^2 - 2c_1\bar{x} + \bar{x}^2)} + \underline{f_2 \cdot (c_2^2 - 2c_2\bar{x} + \bar{x}^2)} + \dots + \underline{f_n \cdot (c_n^2 - 2c_n\bar{x} + \bar{x}^2)} \\ &= (f_1 c_1^2 + f_2 c_2^2 + \dots + f_n c_n^2) - 2\bar{x} (f_1 c_1 + f_2 c_2 + \dots + f_n c_n) + \bar{x}^2 (f_1 + f_2 + \dots + f_n) \\ &= (f_1 c_1^2 + f_2 c_2^2 + \dots + f_n c_n^2) - 2\bar{x}^2 + \bar{x}^2 = \\ &= (f_1 c_1^2 + f_2 c_2^2 + \dots + f_n c_n^2) - \bar{x}^2 \end{aligned}$$

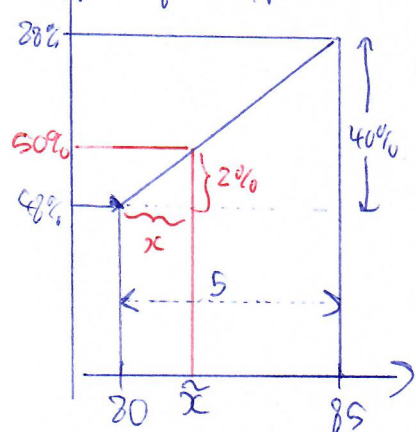
En résumé, la variance égale la moyenne des carrés moins le carré de la moyenne.

A titre d'exemple, reprenons l'exercice 7.23 :

intervalle	milieu c_i	effectif n_i	fréquence $f_i = \frac{n_i}{n}$	f. cumulée F_i	$f_i \cdot c_i$	$(f_i \cdot c_i) \cdot c_i$
[65;70[	67,5	2	0,04	0,04	2,7	182,25
[70;75[	72,5	7	0,14	0,18	10,15	735,875
[75;80[	77,5	15	0,3	0,48	23,25	1801,875
[80;85[	82,5	20	0,4	0,88	33	2722,5
[85;90[	87,5	2	0,04	0,92	3,5	306,25
[90;95[	92,5	3	0,06	0,98	5,55	517,375
[95;100[	97,5	1	0,02	1	1,95	190,125
Total	X	n=50	1	X	$\bar{x}=80,1$	6452,25

on a donc
 $s^2 = 6452,25 - 80,1^2 =$
 $= 36,24$ (variance)
 donc l'écart-type
 est $s = \sqrt{36,24} = 6,02$

Sur le graphique "polygone des fréquences cumulées" on voit que la médiane (50%) $\tilde{x}$ est un peu après 80 km/h, pour "voir mieux" plongeons le 50% "dans".



pour passer de 48% à 50% on doit ajouter 2%
 or la classe modale [80;85[représente 40%
 donc 40% pour 5 km/h (=85-80) alors on a la
 règle de trois : $\frac{40\%}{2\%} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 2\%}{40\%} = 0,25$

Au final $\tilde{x} = 80 + 0,25 = 80,25$ km/h

Remarque : cette méthode ne se limite pas uniquement à la médiane (Q_2 pour fréquence cumulée = 50%) mais pour tous les quantiles.