

Lecture de graphe

3C

Définition et dessin du graphe d'une fonction

Le **graphe** d'une fonction f est l'ensemble des **points du type $(x; f(x))$** . En général, ces points forment une courbe.

Exemple 1

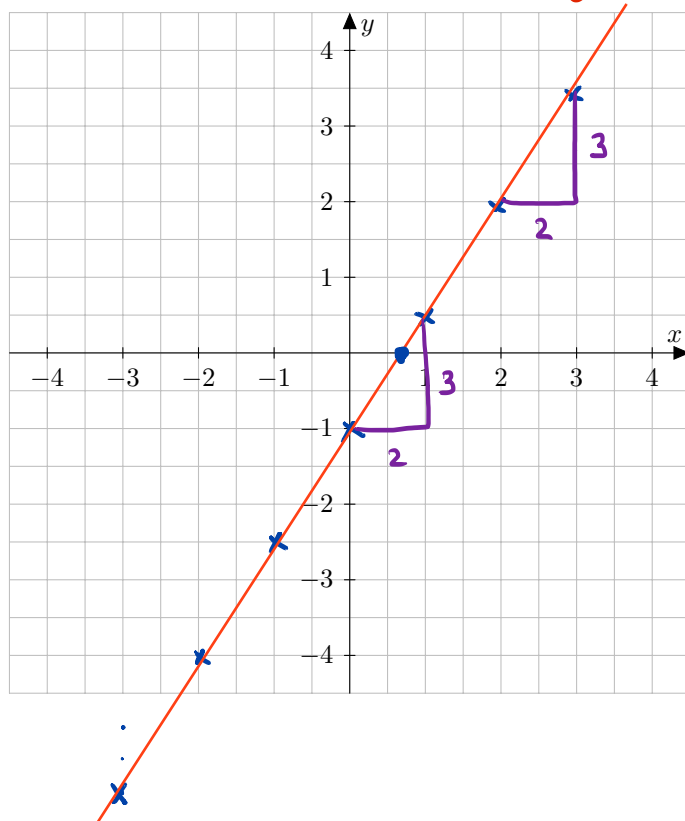
$$f(x) = \frac{3}{2}x - 1$$

$$m = \frac{3}{2}, \quad h = -1$$

Calcul de points

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	$-\frac{11}{2} = -5,5$	-4	$-\frac{5}{2} = -2,5$	-1	$\frac{1}{2} = 0,5$	2	$\frac{7}{2} = 3,5$
$(x; f(x))$	$(-3; -5,5)$	$(-2; -4)$	$(-1; -2,5)$	$(0; -1)$	$(1; 0,5)$	$(2; 2)$	$(3; 3,5)$

Dessin du graphe

Caractéristiques d'une **fonction affine**

↳ "premier degré"

— Forme générale de la fonction :

$$f(x) = mx + h$$

— Le graphe est

une droite

— La pente vaut

$$m \quad (\text{ici, c'est } \frac{3}{2})$$

— L'ordonnée à l'origine vaut

$$h \quad (\text{ici c'est } -1)$$

— Le zéro se calcule en résolvant

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow mx + h = 0$$

$$\text{Ici : } \frac{3}{2}x - 1 = 0$$

$$\frac{3}{2}x = 1$$

$$3x = 2$$

$$x = \frac{2}{3} \leftarrow \text{le zéro}$$

qui correspond au point $(\frac{2}{3}; 0)$ du graphe

fonction quadratique

Exemple 2

$$f(x) = -x^2 + 2x + 3$$

$$f(-2) = -(-2)^2 + 2(-2) + 3 = -4 - 4 + 3 = -5$$

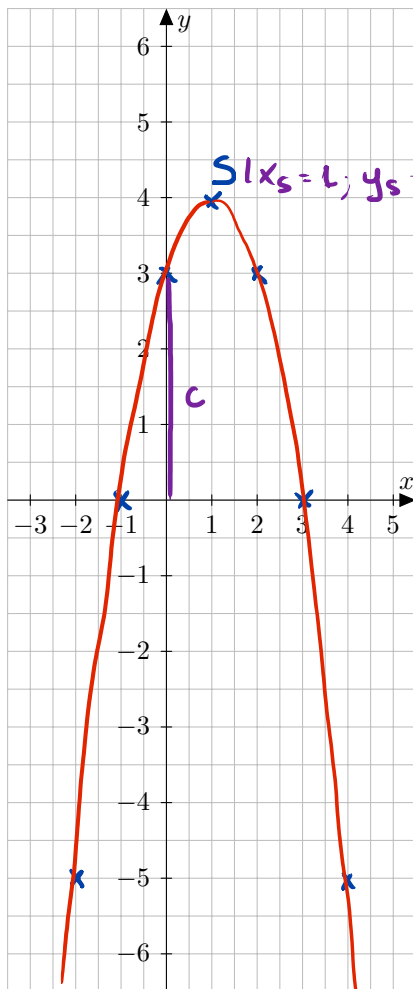
$$f(2) = -2^2 + 2 \cdot 2 + 3 = -4 + 4 + 3 = 3$$

Calcul de points

x	-2	-1	0	1	2	3	4
f(x)	-5	0	3	4	3	0	-5
(x; f(x))	(-2; -5)	(-1; 0)	(0; 3)	(1; 4)	(2; 3)	(3; 0)	(4; -5)

2^e "degré"

Dessin du graphe



Caractéristiques d'une fonction quadratique

— Forme générale de la fonction :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

— Le graphe est

Une parabole :

— Convexe U si $a > 0$

— Concave \cap si $a < 0$

— L'ordonnée à l'origine vaut

c (ici c est 3), c'est f(0)

— Les zéros se calculent en résolvant

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{Formule : } \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\text{ou } \Delta = b^2 - 4ac \quad (*)$$

— Le sommet se calcule par $S(x_s; y_s)$

$$x_s = -\frac{b}{2a}, \quad y_s = f(x_s)$$

$$\text{Ici } x_s = \frac{-2}{-2} = 1, \quad y_s = f(1) = 4$$

$$\Rightarrow S(1; 4)$$

$$(*) \quad -x^2 + 2x + 3 = 0$$

• Avec la formule : $\Delta = 4 - 4 \cdot (-1) \cdot 3 = 16$, zéros : $\frac{-2 \pm 4}{-2}$

• Par factorisation : $x^2 - 2x - 3 = 0$

$$(x - 3)(x + 1) = 0 \quad \rightarrow x - 3 = 0 \quad \text{donc } x = 3$$

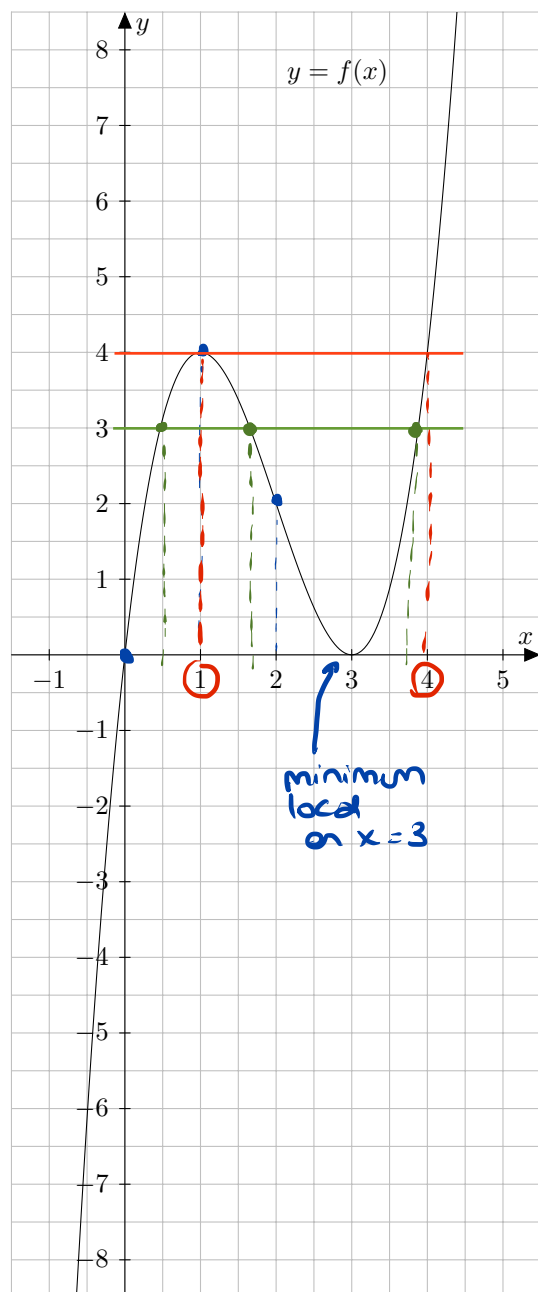
$$\rightarrow x + 1 = 0 \quad \text{donc } x = -1$$

$$\rightarrow \frac{-2 + 4}{-2} = -1$$

$$\rightarrow \frac{-2 - 4}{-2} = 3$$

Lecture d'un graphe

On considère maintenant une fonction f dont on ne connaît pas l'expression algébrique (la "formule"), mais dont on connaît le graphe.



Compléter le tableau en lisant le graphe :

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	0	4	2	0	4

Que vaut l'ordonnée à l'origine de f ?

0 (carpe $0y$ en 0), $= f(0)$

Quels sont les zéros de la fonction f ?

$x=0$ et $x=3$ (carpe $0x$)

Quelles sont les solutions de l'équation $f(x) = 4$?

$x=1$ et $x=4$

Combien de solutions l'équation $f(x) = 3$ a-t-elle ?

3 solutions : $x \approx 0,5$,

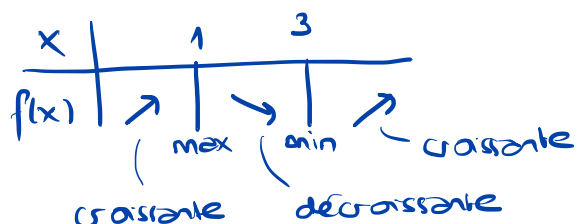
$x \approx 1,75$ et $x \approx 3,8$

Pour quelle(s) valeur(s) de x la fonction f est-elle maximale ?

Il y a un maximum local en $x=1$, mais la fonction augmente de plus en plus quand x augmente

Quand la fonction f est-elle décroissante ?

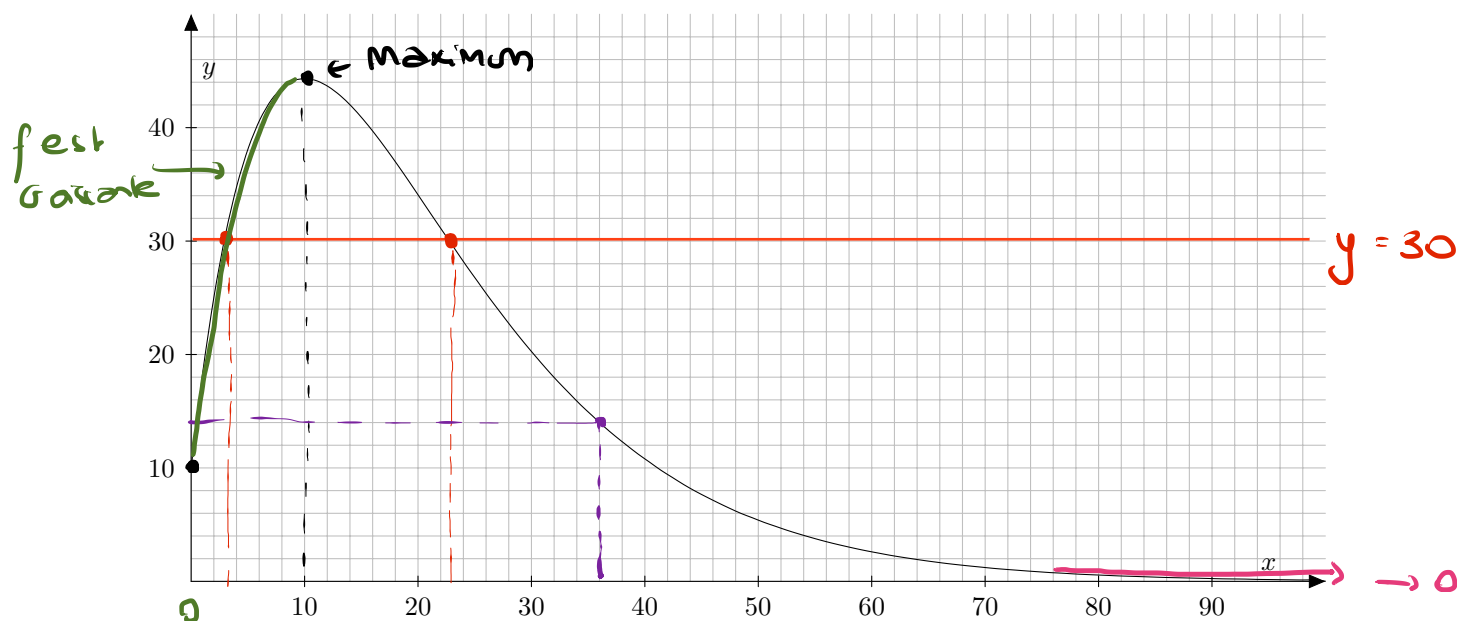
Entre $x=1$ et $x=3$



Compléter la page 4
→ vendredi

Interprétation d'un graphe

On considère la fonction f donnée ci-dessous par son graphe. $f(x)$ représente le nombre de personnes atteintes par un virus x jours après la découverte de ce virus.



Au moment de la découverte du virus, combien de personnes sont-elles atteintes ?

..... 10 car $f(0) = 10$ (ordonnée à l'origine)

Après combien de jour y a-t-il le plus de personnes atteintes du virus ?

..... Après 10 jours (1^{re} coordonnée du maximum)

A quel moment y a-t-il 30 personnes atteintes du virus ?

..... Après ~ 3 jours et ~ 23 jours (solution de $f(x) = 30$)

Après 36 jours, combien y a-t-il de personnes atteintes du virus ?

..... 14 personnes (c'est $f(36)$)

A long terme, combien de personnes seront atteintes du virus ?

..... Aucune : quand x devient très grand, $f(x)$ se rapproche de zéro.

Pendant combien de temps le nombre de malades est-il en augmentation ?

..... Pendant 10 jours (f est croissante entre $x = 0$ et $x = 10$)