

Lecture de graphe

3C

Définition et dessin du graphe d'une fonction

Le graphe d'une fonction f est l'ensemble des points du type $(x ; f(x))$. En général, ces points forment une courbe.

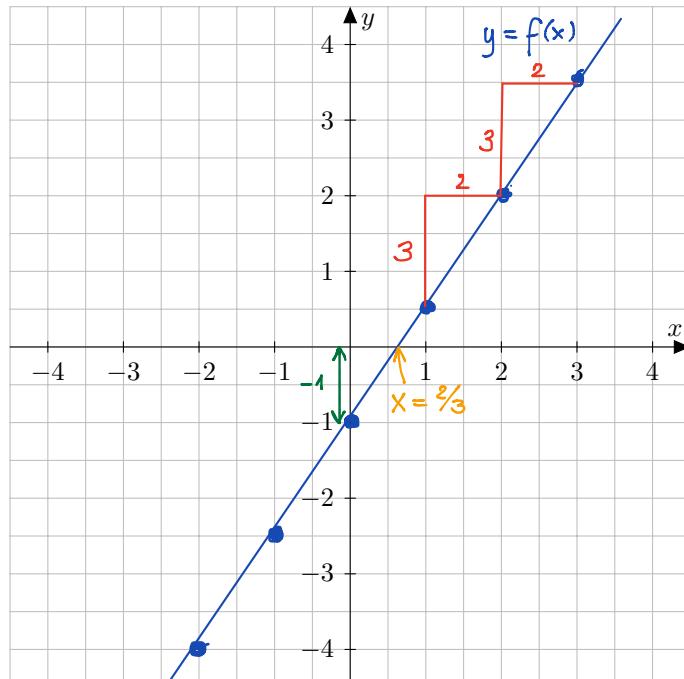
Exemple 1

$$f(x) = \frac{3}{2}x - 1$$

Calcul de points

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	$-\frac{11}{2} = -5,5$	-4	$-\frac{5}{2} = -2,5$	-1	$\frac{1}{2} = 0,5$	2	$\frac{7}{2} = 3,5$
$(x; f(x))$	$(-3; -5,5)$	$(-2; -4)$	$(-1; -2,5)$	$(0; -1)$	$(1; 0,5)$	$(2; 2)$	$(3; 3,5)$

Dessin du graphe



Caractéristiques d'une fonction affine

- Forme générale de la fonction : $f(x) = mx + h$
- Le graphe est une droite
- La pente vaut m (ici, $\frac{3}{2} \Rightarrow 3$)
- L'ordonnée à l'origine vaut h (ici, -1)
- Le zéro se calcule en résolvant $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x - 1 = 0 \Leftrightarrow 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$

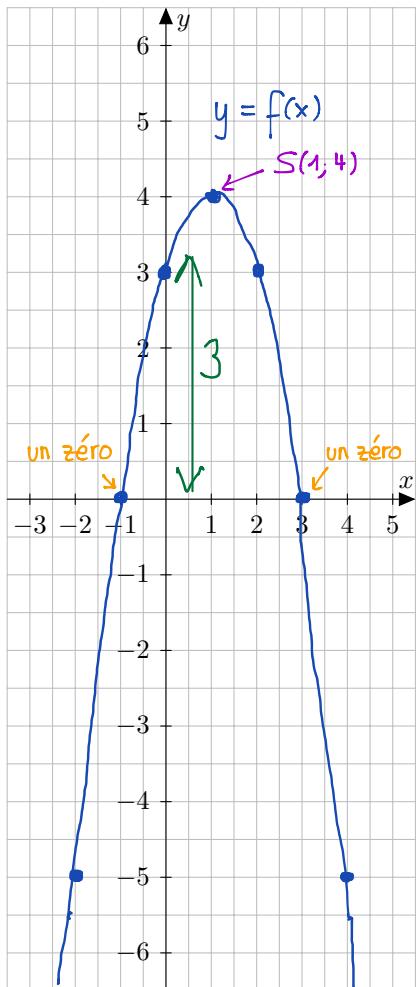
Exemple 2

$$f(x) = -x^2 + 2x + 3$$

Calcul de points

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	-5	0	3	4	3	0	-5
$(x; f(x))$	(-2, -5)	(-1, 0)	(0, 3)	(1, 4)	(2, 3)	(3, 0)	(4, -5)

Dessin du graphe



Caractéristiques d'une fonction quadratique

— Forme générale de la fonction :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

— Le graphe est

une parabole

- convexe \cup si $a > 0$

- concave \cap si $a < 0$ (comme ici)

— L'ordonnée à l'origine vaut

$$c \text{ (ici } 3\text{)} \text{ C'est } f(0)$$

— Les zéros se calculent en résolvant

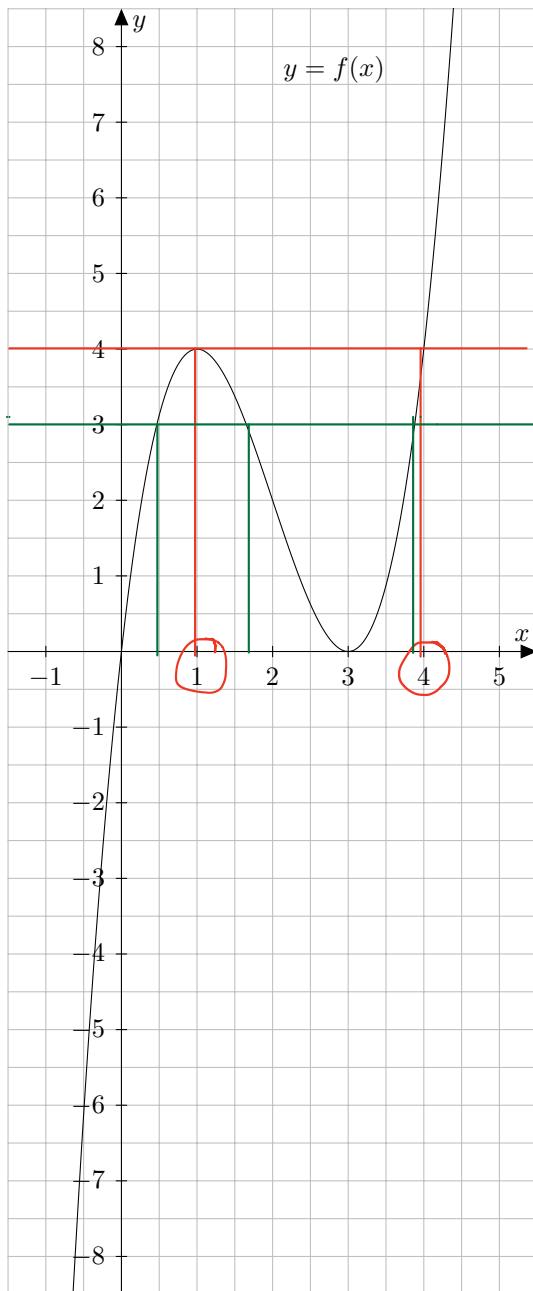
$$\begin{aligned} f(x) = 0 &\Leftrightarrow -x^2 + 2x + 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow -(x^2 - 2x - 3) = 0 \Leftrightarrow -(x - 3)(x + 1) = 0 \end{aligned}$$

— Le sommet se calcule par

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2(-1)} = 1 \text{ et } y = f(1) = -1^2 + 2 \cdot 1 + 3 = 4 \\ \Rightarrow S(1, 4) \end{aligned}$$

Lecture d'un graphe

On considère maintenant une fonction f dont on ne connaît pas l'expression algébrique (la "formule"), mais dont on connaît le graphe.



Compléter le tableau en lisant le graphe :

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	0	~3,2	4	0	4

Que vaut l'ordonnée à l'origine de f ?

...0 (coupe l'axe vertical en 0), $f(0) = 0$...

Quels sont les zéros de la fonction f ?

$x = 0$ et $x = 3$ (coupe l'axe horizontal)

Quelles sont les solutions de l'équation $f(x) = 4$?

$x = 1$ et $x = 4$

Combien de solutions l'équation $f(x) = 3$ a-t-elle ?

3 solutions : $x \approx 0.5$, $x \approx 1.7$ et $x \approx 3.8$

Pour quelle(s) valeur(s) de x la fonction f est-elle maximale ?

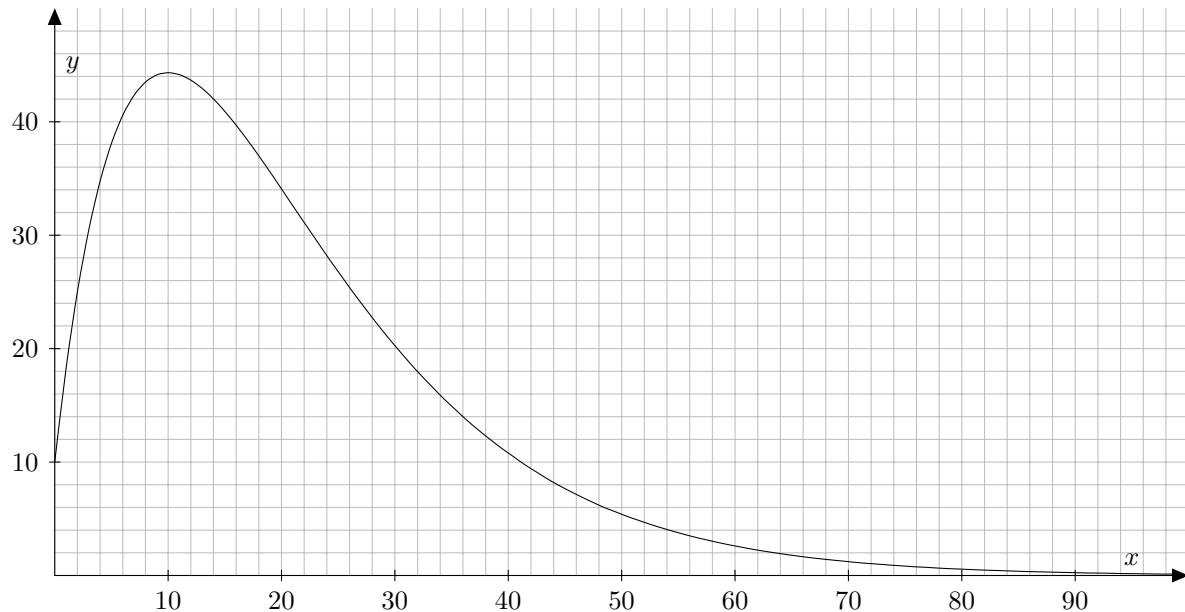
Il y a un maximum local en $x = 1$, mais la fonction augmente de plus en plus quand x augmente

Quand la fonction f est-elle décroissante ?

pour x entre 1 et 3

Interprétation d'un graphe

On considère la fonction f donnée ci-dessous par son graphe. $f(x)$ représente le nombre de personnes atteintes par un virus x jours après la découverte de ce virus.



Au moment de la découverte du virus, combien de personnes sont-elles atteintes ?

10, car $f(0) = 10$ (c'est l'ordonnée à l'origine).....

Après combien de jour y a-t-il le plus de personnes atteintes du virus ?

Après 10 jours (c'est la 1^e coord. du maximum).....

A quel moment y a-t-il 30 personnes atteintes du virus ?

Après ~ 3 jours, et ~ 23 jours (solutions de l'équation $f(x) = 30$).....

Après 36 jours, combien y a-t-il de personnes atteintes du virus ?

14 personnes (c'est $f(36)$).....

A long terme, combien de personnes seront atteintes du virus ?

Aucune : quand x devient très grand, $f(x)$ se rapproche de 0.....

Pendant combien de temps le nombre de malades est-il en augmentation ?

Pendant 10 jours (f est croissante pour x entre 0 et 10).....