Géométrie

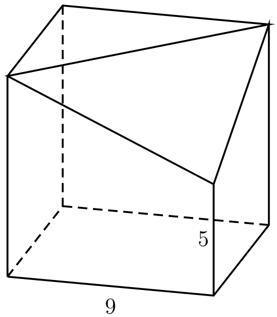
46 Solides dans l'espace

Exercice 46.1.

On considère un cube d'arête 9. On obtient un polyèdre en retranchant un coin comme représenté sur la figure.

a) Calculer l'aire totale et le volume du polyèdre.

b) Représenter un développement du polyèdre.



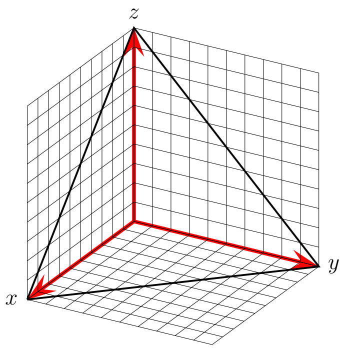
Exercice 46.2.

La face horizontale et les faces verticales de cette pyramide sont formées par des demi-carrés. La longueur des côtés de ces carrés est égale à 4 cm.

a) Calculer le volume de cette pyramide.

b) Faire un développement de cette pyramide.

c) Calculer l'aire totale de cette pyramide.



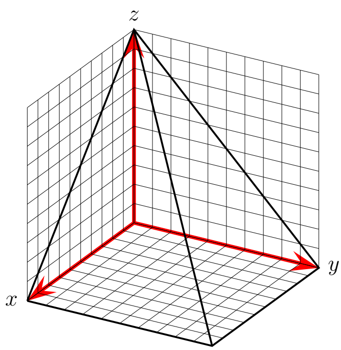
Exercice 46.3.

La face horizontale de cette pyramide est un carré de 5 cm. Sa hauteur est aussi de 5 cm.

a) Calculer le volume de cette pyramide.

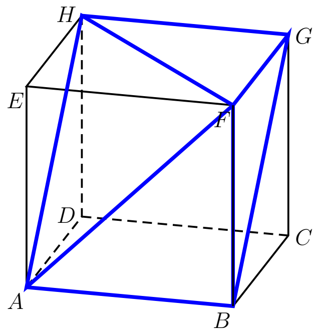
b) Faire un développement de cette pyramide.

c) Calculer l'aire totale de cette pyramide.



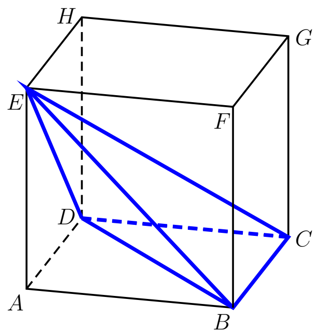
Exercice 46.4.
La pyramide $ABHGF$ est inscrite dans un cube dont les arêtes mesurent 4 centimètres.

a) Déterminer le volume (justifier vos calculs).
b) Déterminer la surface (justifier vos calculs).
c) Dessiner un développement à l'échelle.



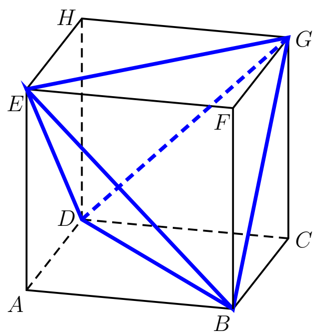
Exercice 46.5.
La pyramide $BCDE$ est inscrite dans un cube dont les arêtes mesurent 10 centimètres.

a) Déterminer le volume (justifier vos calculs).
b) Caractériser (triangle quelconque, isocèle, équilatéral, rectangle) les triangles qui constituent les quatre faces de la pyramide $BCDE$.
c) Calculer l'aire totale de cette pyramide.



Exercice 46.6.
La pyramide $BDEG$ est inscrite dans un cube dont les arêtes mesurent 8 centimètres.

a) Déterminer le volume (justifier vos calculs).
b) Caractériser (triangle quelconque, isocèle, équilatéral, rectangle) les triangles qui constituent les quatre faces de la pyramide $BDEG$.
c) Calculer l'aire totale de cette pyramide.

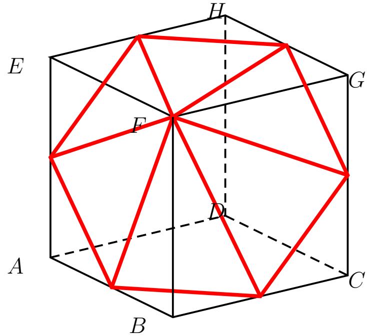


Exercice 46.7.
Soit un cube $ABCDEFGH$ d'arêtes $2\,a$. Appelons I le milieu de HE, J celui de EA, K celui de AB, L celui de BC, M celui de CG et N celui de GH.
Considérons la pyramide $\mathcal{P}$ de base $IJKLMN$ et de sommet F.

a) Montrer que la base $IJKLMN$ est un hexagone régulier de côté $\sqrt{2}\,a$ composé de six triangles équilatéraux d'aire $\frac{\sqrt{3}\,a^2}{2}$.

b) Montrer que l'aire totale de la pyramide $\mathcal{P}$ est $6\,a^2 + 3\,\sqrt{3}\,a^2$.

c) Montrer que le volume de la pyramide $\mathcal{P}$ est $3\,a^3$.



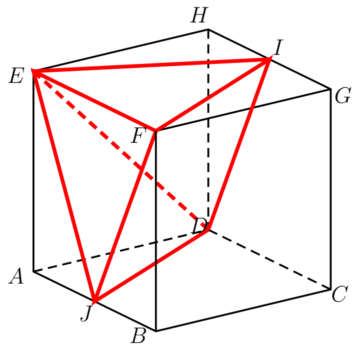
Exercice 46.8.

La pyramide de base $DIFJ$ et de sommet E est inscrite dans un cube dont les arêtes mesurent 10 centimètres (I est le milieu de HG, J celui de AB).

a) Dessiner un développement à l'échelle.

b) Calculer l'aire totale de cette pyramide.

c) Déterminer le volume.

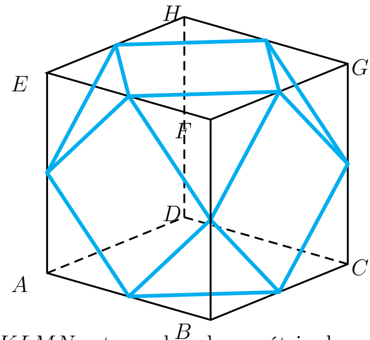


Exercice 46.9. (demi-cuboctaèdre)
Soit un cube $ABCDEFGH$ d'arêtes 6 cm. Appelons I le milieu de HE, J celui de EA, K celui de AB, L celui de BC, M celui de CG et N celui de GH. Appelons encore X le milieu de EF, Y celui de FB et Z celui de EG. Considérons l'octaèdre (polyèdre à huit faces) $\mathcal{P}$ de sommets $IJKLMNXYZ$ représenté ci-contre.

a) Dessiner un développement à l'échelle de l'octaèdre $\mathcal{P}$.

b) Calculer l'aire totale de l'octaèdre $\mathcal{P}$.

c) Calculer le volume de l'octaèdre $\mathcal{P}$.



Remarque. Le plan de l'hexagone régulier $IJKLMN$ est un plan de symétrie du cuboctaèdre qui divise celui-ci en deux demi-coboctaèdres.

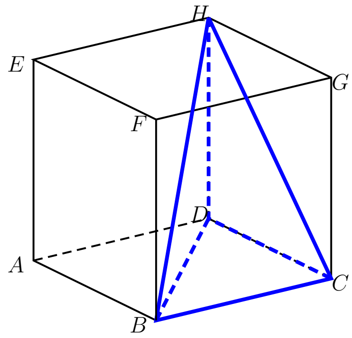
Exercice 46.10.

La pyramide de base BCD et de sommet H est inscrite dans un cube dont les arêtes mesurent 9 centimètres.

a) Dessiner un développement à l'échelle.

b) Calculer l'aire totale de cette pyramide.

c) Déterminer le volume.



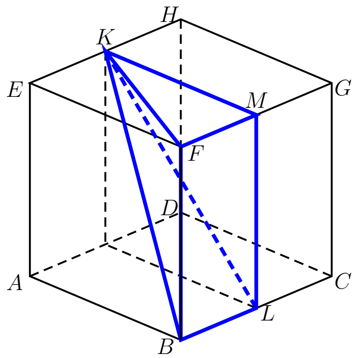
Exercice 46.11.

La pyramide de base $BFML$ et de sommet K est inscrite dans un demi-cube. Les arêtes du cube mesurent 3 centimètres.

a) Dessiner un développement à l'échelle.

b) Calculer l'aire totale de cette pyramide.

c) Déterminer le volume.



Exercice 46.12.
Dans un cube d'arête 5 cm, on considère une pyramide dont la base est celle du cube. Le sommet S de la pyramide se trouve au milieu d'une des arêtes verticales du cube.

a) Représenter cette pyramide et le cube qui la contient.

b) Calculer le volume de cette pyramide.

c) Dessiner un développement à l'échelle de la pyramide.

d) Calculer l'aire totale de cette pyramide.

Exercice 45.11.
Tous les passagers ont une place s'il y a au moins 3 annulations ; la probabilité recherchée est donc :

$$1-\sum_{k=0}^{2} C_k^{100}\left(\frac{5}{100}\right)^k\left(\frac{95}{100}\right)^{100-k}=88,17\%$$

Exercice 45.12.
La probabilité est égale à $2\,\dfrac{C_2^5\,C_{11}^{21}}{C_{13}^{26}}=\frac{78}{115}=67,8\%$.

Exercice 45.13.
a) 0.19 b) 0.4096

Exercice 45.14.
$\frac{12}{51}$

Exercice 45.15.
a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{10}{16}$ c) $\frac{609}{625}$ d) $4,25\%$

Exercice 45.16.
a) $\frac{27}{200}$ b) $\frac{8}{27}$

Exercice 45.17.
$\frac{70}{323}$

Exercice 45.18.
a) 28 b) $\frac{5}{14}$ c) $\frac{4}{7}$ d) non $(\frac{1}{18})$

Exercice 46.2.

a) Volume : $\frac{32}{3}=10.67$ cm^3.
c) Aire totale : $24+8\sqrt{3}=37,856$ cm^2.

Exercice 46.3.

a) $\frac{125}{3}=41,66$ cm^3
c) $25\left(2+\sqrt{2}\right)=85,355$ cm^2.

Exercice 46.4.

a) $\frac{64}{3}=21,33$ cm^3
b) $24+16\sqrt{2}+8\sqrt{3}=60,48$ cm^2.

Exercice 46.5.

a) $\frac{500}{3} = 166,66$ cm^3.
b) 3 triangles rectangles et 1 triangle équilatéral.
c) $50 + 100\sqrt{2} + 50\sqrt{3} = 278,02$ cm^2.

Exercice 46.6.

a) Le volume est égal à 256 cm^3.
b) Quatre triangles équilatéraux.
c) La surface totale est de $128\sqrt{3} = 221,70$ cm^2.

Exercice 46.8.

a) Le développement est constitué d'un losange de côté $\sqrt{125}$ et de deux paires de triangles isocèles isométriques.
b) Aire losange : $50\sqrt{6}$, aire des triangles isocèles : 50, 50, $25\sqrt{6}$ et $25\sqrt{6}$. L'aire totale est $100\left(1+\sqrt{6}\right) = 344.95$.
c) Considérer la pyramide comme cube privé d'un demi-cube et de deux pyramides. Son volume est $\frac{1000}{3}$.

Exercice 46.9.

a) Un hexagone régulier, quatre triangles équilatéraux et trois carrés ; toutes les arêtes mesurent $\sqrt{18}$.
b) Aire totale : $54 + 45\sqrt{3} = 131.94$ cm^2.
c) Volume : 198 cm^3.

Exercice 46.10.

b) $81\left(1+\sqrt{2}\right) = 195,55$ cm^2.
c) $121,5$ cm^3.

Exercice 46.11.

b) $19,46$ cm^2.
c) $4,5$ cm^3.

Exercice 46.12.

b) $\frac{125}{6} = 20,83$ cm^3.
d) $65,56$ cm^2.