

3CS P2 - 6

1A 1) $n=40 \geq 30$ donc le TCL s'applique

2) $n=40 < \frac{N}{20} = 50$ donc petit échantillon $\Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{40}} = 0,95$
ainsi $\bar{X} \sim N(172; 0,95^2)$

$$3) P(\bar{X} \leq 170) = P\left(Z \leq \frac{170-172}{0,95}\right) = P(Z \leq -2,11) = 1 - P(Z \leq 2,11) = 1 - 0,9726 = 2,74\%$$

$$4) P(\bar{X} \leq 169) + P(\bar{X} > 175) = 2 \cdot P(\bar{X} > 175) = 2 \cdot P\left(Z > \frac{175-172}{0,95}\right) = 2 \cdot P(Z > 3,16) = 2(1 - P(Z \leq 3,16)) = 2(1 - 0,9992) = 0,16\%$$

un tel résultat est donc très étonnant.

2B 1) $n=35 \geq 35$ donc le TCL s'applique

2) $n=35 < \frac{N}{20} = 40$ donc petit échantillon $\Rightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{35}} = 0,85$
ainsi $\bar{X} \sim N(173; 0,85^2)$

$$3) P(\bar{X} \leq 172) = P\left(Z \leq \frac{172-173}{0,85}\right) = P(Z \leq -1,18) = 1 - P(Z \leq 1,18) = 1 - 0,8810 = 11,9\%$$

$$4) P(\bar{X} \leq 171) + P(\bar{X} > 175) = 2 \cdot P(\bar{X} > 175) = 2 \cdot P\left(Z > \frac{175-173}{0,85}\right) = 2 \cdot P(Z > 2,35) = 2 \cdot (1 - P(Z \leq 2,35)) = 2(1 - 0,9906) = 1,88\%$$

un tel résultat est donc très étonnant.

$$P(Z > 1,79) = 1 - P(Z \leq 1,79)$$

$$2) 1) P(4 < X < 10) = P\left(\frac{4-8}{\frac{5}{\sqrt{5}}} < Z < \frac{10-8}{\frac{5}{\sqrt{5}}}\right) = P(Z < 0,89) - P(Z < -1,79) = 0,8133 - (1 - 0,9633) = 0,7766 = 77,66\%$$

2) c tel que $P(X > c) = 5\%$ donc $P(X < c) = 0,95 \Rightarrow P\left(Z < \frac{c-8}{\frac{5}{\sqrt{5}}}\right) = 0,95$
d'où $\frac{c-8}{\frac{5}{\sqrt{5}}} = 1,645$ donc $c = 8 + 1,645 \cdot \frac{5}{\sqrt{5}} = 11,645 \Rightarrow$ min. 12 mots

3) $H_0: \mu = 8$ test unilatéral
 $H_1: \mu > 8$

$N = \infty$ donc petit échantillon ainsi $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{40}} = 0,35$

$$\text{Score du test : } t = \frac{9,2-8}{0,35} = 3,42 > 1,645$$

oui, l'hypothèse est significative

