

### **Problème 1 (18 points)**

Igor décide de vendre des glaces artisanales pour se payer une excursion en Antarctique. Il trouve deux recettes de glaces, qui lui permettent de faire 50 boules de glace chacune.

Pour la première, il a besoin de 1 kg de sucre, 2 litres de crème et 5 kg de fruits. Pour la seconde, il a besoin de 3 kg de sucre, 3 litres de crème et 2 kg de fruits.

Il a donc à stocker 21 kg de sucre, 24 litres de crème et 40 kg de fruits.

La première recette lui rapporte 1 fr. la boule et la seconde 2 fr.

- Combien de boules de chaque recette doit-il confectionner pour maximiser son profit ?
- Quel sera alors le profit réalisé ?
- Il place ce profit à la banque à un taux d'intérêt composé annuellement.

Après 20 ans, il aura 1 010 fr. Quel était ce taux ?

### **Problème 2 (14 points)**

Les parties A et B sont indépendantes.

#### **Partie A**

Pour ses vacances, Suzanne va passer sept jours à Verbier. Elle a décidé de tester les sept restaurants de Verbier, un chaque jour.

- De combien de manières peut-elle répartir les restaurants sur ses sept jours de vacances ?

Deux restaurants sont spécialistes de la raclette, Suzanne décide de les tester sur deux jours consécutifs.

- De combien de manières peut-elle répartir les restaurants sur ses sept jours de vacances ?

Finalement, Suzanne ne part que cinq jours et ne testera que cinq restaurants, dont un seul spécialiste de raclette.

- De combien de manières peut-elle les choisir et les répartir ?

#### **Partie B**

Le domaine skiable de Verbier est composé de vingt-quatre pistes : seize sont difficiles, les autres faciles. De plus, les trois quarts de ces pistes sont longues, les autres sont courtes. Il y a dix pistes difficiles qui sont longues. Suzanne choisit toujours la piste qu'elle va faire au hasard.

- Quelle est la probabilité que Suzanne commence sa journée par une piste facile ?
- Quelle est la probabilité que Suzanne commence sa journée par une piste facile et courte ?
- Quelle est la probabilité qu'elle termine sa journée par une piste difficile, sachant qu'elle est longue ?
- Les pistes courtes font un kilomètre, les longues en font trois. Quelle est l'espérance de la longueur de la prochaine piste que fera Suzanne ?

### Problème 3 (17 points)

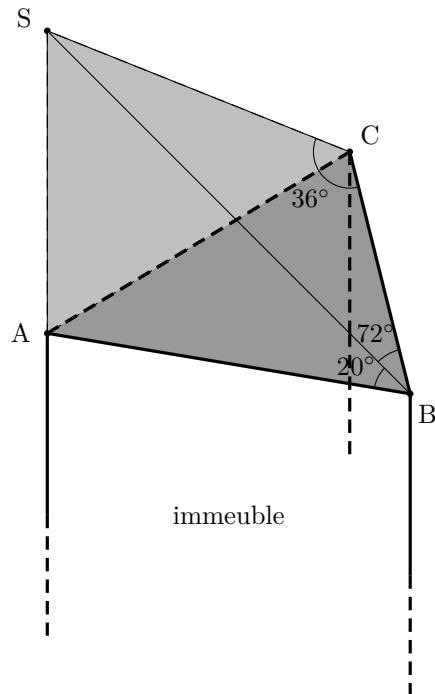
Un architecte souhaite construire une piscine au sommet d'un immeuble dont la base est un triangle rectangle et dont la hauteur actuelle est de 60 m. Cette piscine sera entourée de trois parois en verre.

Le toit du gratte-ciel est un triangle ABC rectangle en A, avec  $BC = 40$  m. Les parois de verre formeront une pyramide de sommet S, de sorte que le segment [AS] est vertical (donc les angles  $\widehat{CAS}$  et  $\widehat{BAS}$  sont droits).

Pour des raisons esthétiques, l'architecte veut les mesures suivantes pour les angles :

$$\widehat{ABS} = 20^\circ, \widehat{SBC} = 72^\circ \text{ et } \widehat{BCS} = 36^\circ.$$

- Déterminer la longueur BS.
- Calculer la hauteur totale que mesurera l'immeuble, une fois la piscine construite.
- Déterminer le volume de la pièce vitrée ABCS contenant la piscine.
- Déterminer la surface de verre nécessaire pour réaliser les trois parois.



### Problème 4 (15 points)

Les questions suivantes sont indépendantes.

- A. Un paysan doit décider quand récolter ses pommes. S'il effectue sa récolte aujourd'hui, il obtiendra 1 600 kg de pommes qui valent 40 centimes le kg. Pour chaque semaine d'attente, la récolte augmente de 100 kg mais le prix baisse de 2 centimes par kg.
- Montrer que le bénéfice (en centimes) en fonction du nombres de semaines est donné par la fonction  $f(x) = -200x^2 + 800x + 64\,000$ .
  - Quand devrait-il effectuer sa récolte pour maximiser ses bénéfices ? Quel sera alors ce bénéfice ?

- B. Combien de numéros de plaques de voitures à 6 chiffres peut-on former avec les chiffres 3, 3, 4, 4, 4 et 6 ? Parmi ceux-ci, combien sont-ils pairs ?

- C. Le strontium est un élément radioactif qui se désintègre au cours du temps. Plus précisément, si on possède un échantillon de 20 milligrammes de strontium, sa masse après  $t$  années est donnée par la fonction

$$f(t) = 20 \cdot 2^{-t/25}.$$

- Déterminer quelle sera la masse de l'échantillon après 100 ans.
- Déterminer au bout de combien de temps, il ne restera plus qu'un milligramme de cet échantillon.

**Problème 5** (23 points)

Les parties A et B sont indépendantes.

**Partie A**

Le Groupe International d'Experts en Mobilité a publié les données suivantes pour les voitures électriques en circulation en 2021. L'autonomie des différents modèles a été mesurée.

autonomie en km	effectif	fréquence	fréquence cumulée
[0; 200[	3		
[200; 400[	7		
[400; 600[	12		
[600; 800[	2		
[800; 1000]	1		

- a) Définir la variable statistique et donner son type.
- b) Compléter le tableau ci-dessus.
- c) Déterminer la moyenne et l'écart-type.
- d) Déterminer la médiane et le premier quartile.
- e) Représenter les données sous la forme d'un boxplot, sachant que  $Q_3 = 545,83$  km.

**Partie B**

En 2021, 162 000 véhicules électriques étaient en circulation. On suppose que le nombre de kilomètres parcourus par ces véhicules suit une loi normale de moyenne 10 000 km et d'écart-type 2 000 km. Un échantillon de mille véhicules est équipé de boîtiers enregistreurs et on connaît donc précisément le nombre de kilomètres qu'ils ont parcourus.

- f) La moyenne des distances parcourues par cet échantillon suit une loi normale. Déterminer ses paramètres.
- g) Déterminer la probabilité que la moyenne de l'échantillon soit supérieure à 10 200 km.
- h) La moyenne de l'échantillon est de 10 180 km. Les véhicules équipés de boîtiers ont-ils significativement plus roulé que les autres (utiliser un seuil à 5 % puis un seuil à 1%). Justifier par un test d'hypothèse.

**Formulaire de statistiques**

$$\text{Moyenne} \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i$$

$$\text{Variance} \quad \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x})^2 = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 \right) - \bar{x}^2$$

$$\text{Écart-type} \quad \sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

### Problème 1 (14 points)

Dans une petite entreprise, trois machines  $M_1$ ,  $M_2$  et  $M_3$  permettent de produire des jouets en plastique pour les enfants : des avions et des bateaux. Le temps de fabrication est reporté dans le tableau suivant (temps en heures) :

	$M_1$	$M_2$	$M_3$
avions	3	2	2
bateaux	3	3	6

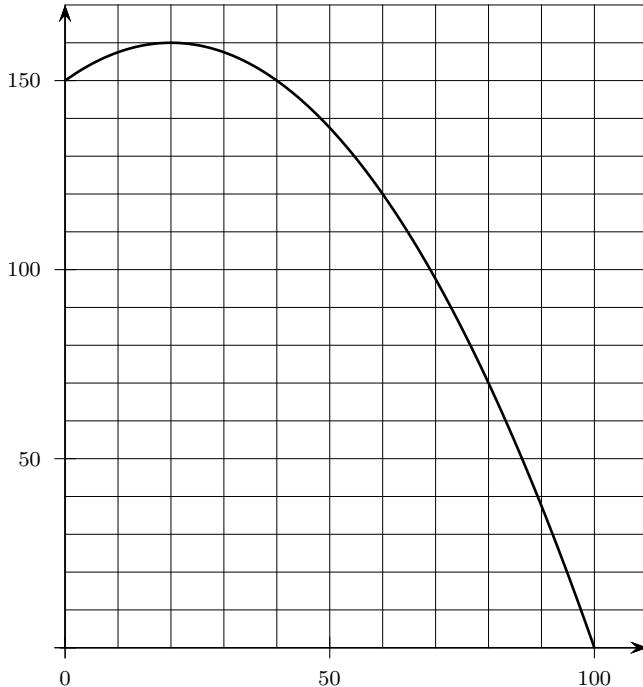
La machine  $M_1$  est disponible 210 heures, la machine  $M_2$  est disponible 160 heures et la machine  $M_3$  est disponible 280 heures. La vente d'avions génère un bénéfice de 30 fr. par unité, alors que la vente de bateaux génère un bénéfice de 40 fr. par unité. Pour des raisons de stockage, il n'est pas possible de produire plus de 60 avions ni plus de 40 bateaux.

- Exprimer mathématiquement toutes les contraintes liées à cette situation.
- Représenter le polygone des solutions (échelle suggérée : 1 cm équivaut à 10 unités).
- Combien faut-il fabriquer d'avions et de bateaux pour dégager un bénéfice maximal ? Justifier.

### Problème 2 (13 points)

La parabole ci-contre illustre la trajectoire d'une puce qui saute depuis la tête d'un sympathique garçon prénommé Albert. Les valeurs sont indiquées en centimètres.

- Donner la valeur de l'ordonnée à l'origine. Comment peut-on l'interpréter ?
- Indiquer les coordonnées du point le plus haut atteint par la puce.
- À quelle distance des pieds d'Albert la puce a-t-elle atterri ?
- A l'aide de ces données, déterminer l'expression de la fonction  $f$  qui décrit la trajectoire de la puce.
- Déterminer **graphiquement et algébriquement** l'endroit où la puce est à 1,2 m du sol.



### Problème 3 (12 points)

Nous sommes le 15 mai 2012 au pied de l'Everest, au camp 4 (8016 m d'altitude), et **il fait mauvais**. Ueli et son sherpa Tenzing organisent leur montée finale vers le sommet, à 8850 m d'altitude. Ils se sont fixé pour objectif d'effectuer celle-ci au plus tard le 18 mai. Toutefois, ils doivent impérativement attendre un jour de beau.

Les statistiques météorologiques de cette région, à cette période de l'année, permettent à Ueli et Tenzing de déduire les probabilités suivantes :

- S'il fait mauvais un jour, la probabilité qu'il fasse mauvais le lendemain est de 75%.
- S'il fait beau un jour, la probabilité qu'il fasse beau le lendemain est de 60%.

- a) Représenter par un arbre la situation météorologique des 16, 17 et 18 mai 2012.
- b) Vérifier que la probabilité que Ueli et Tenzing effectuent leur montée le 18 mai (c'est-à-dire la probabilité qu'il ait fait mauvais le 16 et le 17, et beau le 18) vaut 14,0625%.
- c) Calculer la probabilité que Ueli et Tenzing puissent effectuer leur montée au plus tard le 18 mai (c'est-à-dire la probabilité qu'il fasse beau au moins un des trois jours).
- d) Quelle est la probabilité qu'il fasse beau le 18 mai sachant qu'il a fait mauvais le 16 mai ?

### Problème 4 (17 points)

Dans une forêt finlandaise, on mesure la hauteur de 50 sapins, en centimètres.

Le tableau ci-dessous résume les résultats obtenus.

Classes (cm)	Effectifs $n_i$	Centres des classes $x_i$	Fréquences $f_i$	Fréquences cumulées $F_i$		
[0 ; 40[	3					
[40 ; 80[	5					
[80 ; 120[	8					
[120 ; 160[	14					
[160 ; 200[	12					
[200 ; 240[	6					
[240 ; 280[	2					

- a) Compléter le tableau ci-dessus. Les deux dernières colonnes sont là pour d'éventuels résultats intermédiaires, mais il n'est pas obligatoire de les remplir.
- b) Calculer la hauteur moyenne de ces sapins.
- c) Calculer l'écart-type de cet échantillon.
- d) Calculer le mode M.
- e) Calculer le premier quartile  $Q_1$ .

*Cette dernière question est indépendante des précédentes.*

- f) On considère une variable aléatoire  $X \sim \mathcal{N}(14; 36)$ .  
Calculer  $c$  pour que la probabilité  $P(X > c)$  soit égale à 3,01 %.

**Problème 5** (11 points)

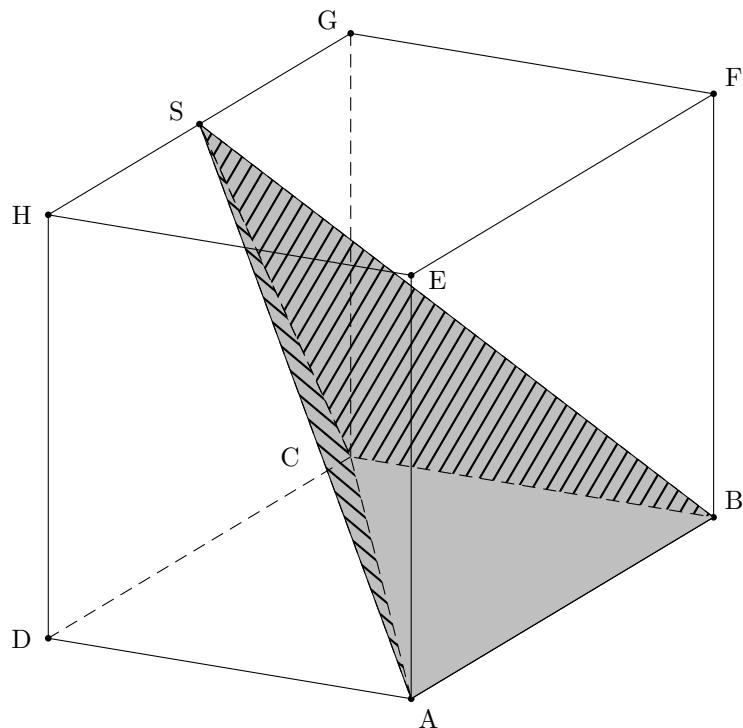
Jean place un capital de 20 000 fr. à un taux annuel de 3%, où les intérêts sont composés annuellement.

- Quelle somme aura-t-il sur son compte après 12 ans ?
- Combien d'années supplémentaires devra-t-il attendre pour avoir 36 000 fr. sur son compte ?
- Si Jean voulait doubler son capital en 10 ans, à quel taux annuel aurait-il dû placer les 20 000 fr. ?

**Problème 6** (14 points)

On considère le cube ABCDEFGH dont l'arête mesure 12 cm. On y inscrit la pyramide ABCS, où S désigne le milieu du segment [GH].

- Calculer le volume de cette pyramide.
- Vérifier que l'arête AS mesure 18 cm.
- Construire le développement de la pyramide. On suggère d'employer l'échelle 1 : 2.
- Calculer l'angle  $\widehat{CSA}$ .
- Calculer l'aire du triangle ACS.
- Calculer l'aire totale de la pyramide.

**Formulaire de statistiques**

$$\text{Moyenne} \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i$$

$$\text{Variance} \quad \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x})^2 = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 \right) - \bar{x}^2$$

$$\text{Écart-type} \quad \sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

**Problème 1** (16 points)*Un formulaire de statistiques se trouve à la suite des problèmes de l'examen.*

Un pépiniériste mesure la circonférence du tronc de cinquante arbres de l'une de ses plantations.

Le tableau ci-dessous résume les résultats obtenus.

Circonférence (en cm)	[32; 34[	[34; 36[	[36; 38[	[38; 40[	[40; 42[	[42; 44[
Nombre d'arbres	2	4	10	20	6	8

a) Compléter les colonnes suivantes du tableau ci-dessous : modalités, effectifs et fréquences.

*Les deux colonnes supplémentaires peuvent être utiles pour b) et c) mais il n'est pas obligatoire de les remplir.*

Classes	Modalités	Effectifs			Fréquences
$[s_{i-1}; s_i[$	$x_i$	$n_i$			$f_i$
[32; 34[					
[34; 36[					
[36; 38[					
[38; 40[					
[40; 42[					
[42; 44[					

b) Calculer la circonférence moyenne  $\bar{x}$ .c) Calculer la variance  $\sigma^2$  et l'écart-type  $\sigma$ .

d) Représenter le diagramme des fréquences.

e) Déterminer la classe modale puis construire graphiquement le mode M.

f) Calculer le mode M.

g) Calculer le premier quartile  $Q_1$ .

### Problème 2 (10 points)

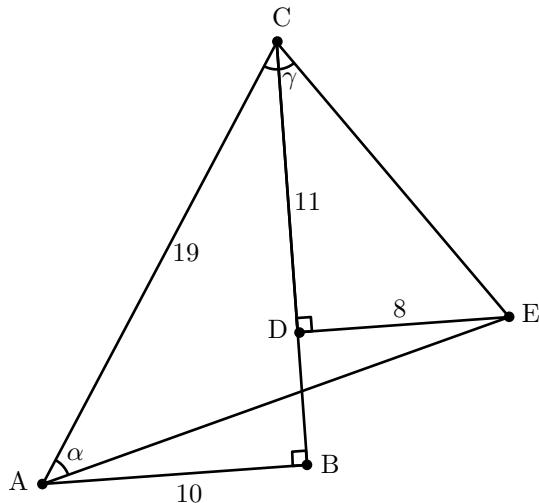
Il y a 15 ans, Marco a placé la somme de 30 000 fr. sur un compte où le taux d'intérêt annuel est de 4%, composé annuellement.

- Calculer la somme disponible aujourd'hui sur le compte de Marco.
- Combien d'années supplémentaires Marco devrait-il attendre pour avoir 72 000 fr. sur son compte ?
- À quel taux annuel aurait-il dû placer les 30 000 fr. pour avoir 72 000 fr. aujourd'hui ?

### Problème 3 (11 points)

Dans la figure ci-contre, on connaît les longueurs  $AB = 10$ ,  $AC = 19$ ,  $CD = 11$  et  $DE = 8$ .

- Montrer que l'angle  $\gamma$  vaut environ  $67,78^\circ$ .
- Vérifier que  $AE$  vaut environ 18,72.
- Calculer l'angle  $\alpha = \widehat{CAE}$ .



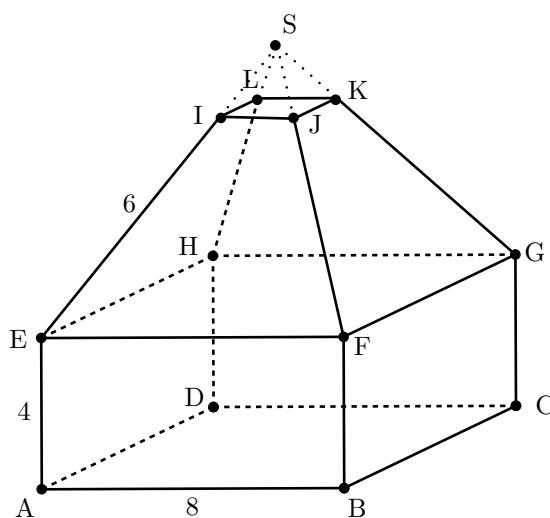
### Problème 4 (17 points)

La maisonnette ABCDEFGHIJKL ci-contre est formée d'un toit en forme de pyramide tronquée et d'un parallélépipède rectangle à base carrée de côté 8 m et d'arêtes verticales de longueur 4 m.

Les faces triangulaires de la pyramide EFGHS sont équilatérales.

Les arêtes EI, FJ, GK et HL sont toutes de longueur 6 m.

- Calculer la longueur totale de ses arêtes.
- Construire le développement de la maisonnette.  
*On suggère de représenter 2 m par 1 cm.*
- Calculer l'aire de la totalité de ses faces.
- Calculer son volume.



**Problème 5** (14 points)

Un atelier de jouets produit des voitures et des motos. Pour produire une voiture, il faut 500 grammes de métal et 150 grammes de plastique. Pour produire une moto, il faut 100 grammes de métal et 300 grammes de plastique. L'atelier fait un bénéfice de 70 francs par voiture produite et un bénéfice de 30 francs par moto produite.

Aujourd'hui, l'atelier n'a à disposition que 22 000 grammes de métal et 12 000 grammes de plastique. De plus, le nombre de motos produites ne peut excéder 35.

Déterminer le nombre de voitures et le nombre de motos qu'il faut produire pour avoir un bénéfice maximal.

*Pour le graphique on suggère de représenter 10 unités par 1 cm.*

**Problème 6** (17 points)

*Les parties A et B sont indépendantes.*

A) Un bassin contient 40 poissons : 14 truites, 21 perches et 5 féras.

- Jean lance un filet et pêche 4 poissons. Calculer la probabilité qu'il ait attrapé
- deux truites, une perche et une féra ;
  - au moins une féra ;
  - au moins trois perches.

B) Le bassin contient également des batraciens : 52 % de grenouilles, 36 % de crapauds et le reste de salamandres.

Marcel constate que la moitié des grenouilles sont malades, ainsi que le tiers des crapauds, alors que toutes les salamandres sont en bonne santé. Marcel pêche un de ces batraciens et vérifie son état de santé. Calculer la probabilité qu'il ait pêché

- un crapaud en bonne santé ;
- un batracien malade ;
- une grenouille, sachant qu'il tient entre les mains un batracien malade.

**Formulaire de statistiques**

$$\text{Moyenne} \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i$$

$$\text{Variance} \quad \sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x})^2 = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 \right) - \bar{x}^2$$

$$\text{Écart-type} \quad \sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

**Problème 1** (17 points)

Un récipient contient vingt jetons, numérotés de 1 à 20. Les cinq premiers sont rouges, les deux suivants sont bleus, les huit d'après sont verts et les cinq derniers sont jaunes.

A. On tire successivement et sans remise quatre jetons.

- Combien y a-t-il de tirages possibles ?
- Combien y a-t-il de tirages contenant un jeton de chaque couleur ?
- Combien y a-t-il de tirages ne contenant que des jetons de la même couleur ?

B. On tire simultanément trois jetons.

- Quelle est la probabilité de tirer un jeton vert et deux jetons jaunes ?
- Quelle est la probabilité de ne tirer aucun jeton rouge ?
- Quelle est la probabilité de tirer au moins un jeton rouge ?

C. On place ensuite les jetons dans deux urnes. La première contient deux jetons rouges, deux bleus et six verts. La deuxième contient trois jetons rouges, deux verts et cinq jaunes.

On choisit une urne au hasard, puis on tire un jeton dans cette urne.

- Représenter la situation par un arbre.
- Quelle est la probabilité de tirer un jeton rouge ?
- Sachant qu'on a tiré un jeton rouge, quelle est la probabilité qu'il provienne de la deuxième urne ?

**Problème 2** (15 points)

Un menuisier fabrique des chaises et des tabourets. Pour chaque chaise, il a besoin de sept pièces de bois, et pour chaque tabouret, il a besoin de trois pièces de bois. Il faut 8 heures de travail pour construire une chaise et 2 heures de travail pour construire un tabouret. Les profits réalisés sur une chaise sont de 30.-, et ceux réalisés sur un tabouret sont de 10.-.

Il dispose de 420 pièces de bois et 400 heures de main-d'œuvre. Il cherche à maximiser son profit  $f$ .

- Combien de sièges de chaque sorte le menuisier doit-il fabriquer pour maximiser son profit ?
- Quel sera alors le profit réalisé ?

Supposons que le menuisier change le prix de vente de ses tabourets et réalise alors un profit de 20.- sur ceux-ci.

- Si le menuisier veut maximiser son profit avec ce nouveau prix et sous les mêmes contraintes, combien de sièges de chaque sorte doit-il alors produire ?

**Problème 3** (22 points)

Dans une ferme, à une date déterminée, on a pesé les œufs qui ont été produits. On a obtenu les résultats suivants (exprimés en grammes), regroupés par classe.

Classes	Effectifs	Fréquences	Fréquences cumulées
[25; 35[	7		
[35; 45[	16		
[45; 55[	34		
[55; 65[	37		
[65; 75[	24		
[75; 85[	9		
[85; 95[	1		

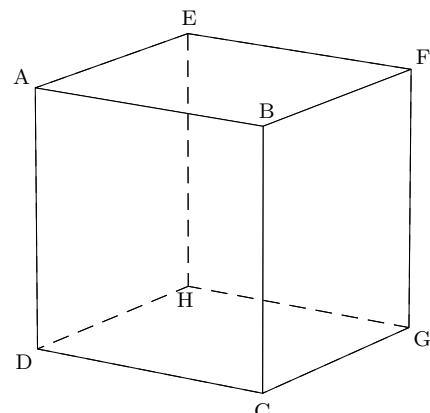
- Compléter les colonnes des fréquences et des fréquences cumulées (les résultats doivent être donnés en pourcent, arrondis à deux chiffres après la virgule).
- Représenter les données des fréquences par un histogramme en pourcentage.
- Quel pourcentage des œufs pèsent 65 grammes et plus ?
- Calculer la moyenne et la médiane de cet échantillon.
- Calculer la variance (arrondie à l'unité) et l'écart-type de cet échantillon.
- Quel modèle peut-on utiliser pour décrire le poids des œufs de cette ferme ? Justifier et donner les paramètres du modèle utilisé.
- Utiliser ce modèle pour calculer la probabilité qu'un œuf pèse plus de 77 grammes.
- Le fermier s'engage à ne pas vendre des œufs trop légers. Selon ce modèle, à quel poids doit-il fixer le seuil pour vendre au moins 95% des œufs de sa ferme ?

**Problème 4** (15 points)

Considérons un cube Z de sommets ABCDEFGH et dont les arêtes mesurent 12 cm. Considérons encore le point P de l'arête AB situé à 3 cm de B, le point R de l'arête CB situé à 4 cm de B et le point Q situé au milieu de l'arête BF.

Le solide S est le cube Z dont on a ôté la pyramide de sommets PQRB.

- Compléter le schéma ci-contre en esquissant le solide S.
- Déterminer le volume de S.
- Calculer les angles du triangle PQR.
- Déterminer l'aire totale de S.



**Problème 5 (19 points)**

Les trois parties A, B et C suivantes sont indépendantes.

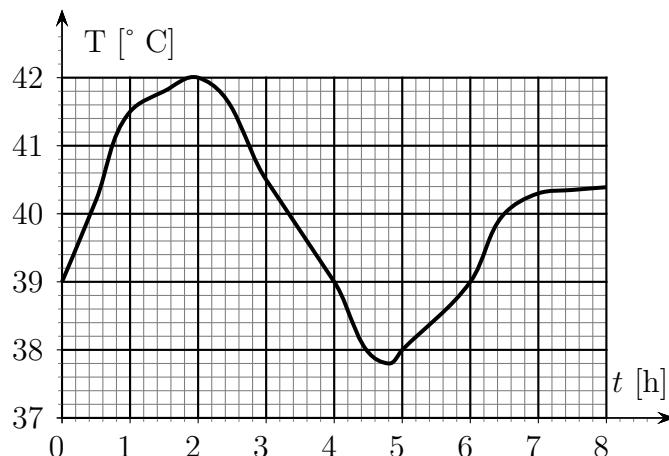
A. Deux sœurs, Alice et Béatrice, décident toutes deux de placer leurs économies dans l'espérance de faire un beau voyage dans dix ans. Alice reçoit une offre pour placer ses 12 000 francs suisses sur un compte à 4,8 %. Le banquier de Béatrice lui propose de placer ses 13 000 francs suisses sur un compte à 4,4 %.

- Quelles seront les valeurs des deux capitaux dans 10 ans ?
- Quand les deux sœurs auront-elles des capitaux égaux ?

B. Un client d'un célèbre confiseur veut contrôler que le volume des bocaux de pâte à tartiner que ses enfants préfèrent est bien de 250 ml comme l'indique l'étiquette. Il mesure donc le volume des 50 derniers bocaux consommés par sa famille, et obtient une moyenne de 248,8 ml avec un écart-type corrigé de 4 ml.

- Effectuer un test d'hypothèse unilatéral de seuil de signification de 5 % pour vérifier la bonne foi du confiseur.
- Expliquer par une phrase ce résultat.

C. Un thermomètre a permis de relever automatiquement la température d'un patient de minuit à 8 heures pendant une nuit de veille. La courbe ci-dessous représente la température  $T$  relevée en fonction de l'heure  $t$ .



- À quelle(s) heure(s) la température du patient est-elle de  $40^\circ\text{C}$  ?
- Quelle est la température du patient à 6 h du matin ?
- Quelles sont les températures maximale et minimale du patient au cours de cette nuit ?
- Quand la température est-elle en baisse ?

## MATHÉMATIQUES (durée 4 heures)

**Matériel autorisé :** formulaires officiels non annotés et calculatrices agréées selon liste officielle.

**Rédigez complètement les solutions des problèmes proposés ci-dessous.**

Les annotations sur les feuilles d'énoncés sont autorisées, mais ne seront pas prises en considération.

### Problème 1 (9 points)

Les taux d'intérêt de ce problème sont tous annuels et composés annuellement.

- Je possède 5 000 francs que je place à un taux d'intérêt de 0.5%. Quelle somme aurai-je dans 10 ans ?
- Je possède 5 000 francs. Quel devrait être le taux d'intérêt pour qu'après 10 ans, la somme capitalisée soit de 5 388 francs ?
- Je possède 5 000 francs que je place à un taux d'intérêt de 0.5%. Combien d'années devrai-je attendre pour posséder 5 443 francs ?

### Problème 2 (14 points)

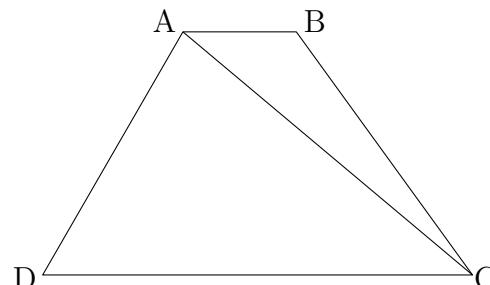
Un artisan fabrique des objets A et des objets B. Pour fabriquer un objet A, il dépense 1 franc pour les matières premières et 4 francs en main-d'œuvre. Pour fabriquer un objet B, il dépense 2 francs pour les matières premières et 3 francs en main-d'œuvre. Il plafonne ses dépenses à 22 francs par heure pour les matières premières et à 48 francs par heure pour la main-d'œuvre. Les profits réalisés sont de 2 francs par objet A et de 3 francs par objet B.

Comment organiser la production afin de maximiser le profit ?

### Problème 3 (7 points)

Soit un trapèze ABCD dont on connaît les bases  $CD = 113$  et  $AB = 30$  et la diagonale  $AC = 100$  ainsi que les angles  $\widehat{CAB} = 40^\circ$  et  $\widehat{CAD} = 80^\circ$ .

- Calculer l'angle  $\widehat{ADC}$ .
- Calculer la longueur du côté BC.



### Problème 4 (9 points)

On dispose de 8 jetons ; sur trois d'entre eux est inscrit une consonne : (R) (S) (T), sur les cinq autres est inscrit une voyelle : (A), (E), (I), (O) (U).

On considère des mots de 8 lettres ayant un sens (tel **autorise**) ou non (tel **aresitou**).

- Déterminer le nombre de façons différentes d'aligner ces 8 jetons pour obtenir un mot de 8 lettres.
- Déterminer le nombre de façons différentes dont on peut aligner ces 8 jetons si l'on exige que la première et la dernière lettre du mot soient des voyelles.

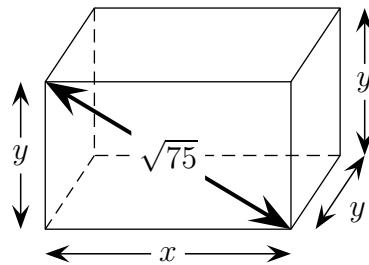
On considère maintenant des mots de 4 lettres ayant un sens ou non.

- Déterminer, en alignant 4 de ces 8 jetons, le nombre de façons différentes de former des mots de 4 lettres.
- Déterminer, en alignant 4 de ces 8 jetons, le nombre de façons différentes de former des mots de 4 lettres qui ont au moins une consonne.

### Problème 5 (11 points)

Une entreprise a besoin de boîtes ayant la forme d'un parallélépipède rectangle qui a 4 faces rectangulaires dont les diagonales mesurent  $\sqrt{75}$  et qui a 2 faces carrées.

- Déterminer les dimensions  $x$  et  $y$  pour que ces boîtes aient un volume maximal.
- Quel est le volume d'une telle boîte ?



### Problème 6 (11 points)

Lors d'une course à pieds de 10 km, on a noté les temps de parcours des participants en minutes :

Temps de parcours en minutes	[25 ; 35[	[35 ; 45[	[45 ; 55[	[55 ; 65[	[65 ; 75[
Nombre de coureurs	15	35	55	75	20

- Quelle est la classe modale ? Calculer le mode. Représenter l'histogramme de distribution.
- Établir le tableau des effectifs, des fréquences et des fréquences cumulées.
- Représenter le polygone des fréquences cumulées.
- Déterminer graphiquement la médiane  $Q_2$ , et les premier et troisième quartiles  $Q_1$  et  $Q_3$ .
- Calculer la médiane  $Q_2$ .

### Problème 7 (12 points)

On pêche successivement deux poissons dans un aquarium qui contient 6 poissons rouges, 3 poissons argentés et un poisson doré.

- Représenter cette situation par un arbre.
- Quelle est la probabilité de pêcher deux poissons de couleurs différentes ?
- Si l'on a pêché deux poissons de couleurs différentes, quelle est la probabilité que l'on ait pêché en premier le poisson doré ?
- Si l'on ne pêche pas le poisson doré, quelle est la probabilité de pêcher deux poissons de couleurs différentes ?

### Problème 8 (12 points)

Le sommet S de la pyramide ABCD de base ABCD est au milieu de l'arête HG d'un cube ABCDEFGH dont les arêtes mesurent 4 centimètres.

- Déterminer le volume de la pyramide ABCD.
- Dessiner un développement à l'échelle de la pyramide ABCD.
- Calculer l'aire totale de cette pyramide.

