

1.1

$$1) \begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ x - y = 4 \end{cases} \xrightarrow{L_1 \leftrightarrow L_2} \begin{cases} x - y = 4 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases} \xrightarrow{L_2 \rightarrow L_2 - 2L_1} \begin{cases} x - y = 4 \\ 5y = -5 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{L_2 \rightarrow 1/5 L_2} \begin{cases} x - y = 4 \\ y = -1 \end{cases} \xrightarrow{L_1 \rightarrow L_1 + L_2} \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$S = \{(3; -1)\}$$

$$2) \begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 4x + 6y = 10 \end{cases} \xrightarrow{L_2 \rightarrow L_2 - 2L_1} \begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 0 = 4 \end{cases} \text{ impossible}$$

$$S = \emptyset$$

$$3) \begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 4x + 6y = 6 \end{cases} \xrightarrow{L_2 \rightarrow L_2 - 2L_1} \begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 0 = 0 \end{cases} \text{ vrai pour n'importe quelle valeur de } y$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ y = \alpha \end{cases} \text{ où } \alpha \in \mathbb{R} \xrightarrow{L_1 \rightarrow L_1 - 3L_2} \begin{cases} 2x = 3 - 3\alpha \\ y = \alpha \end{cases} \text{ où } \alpha \in \mathbb{R}$$

$$\xrightarrow{L_1 \rightarrow 1/2 L_1} \begin{cases} x = \frac{3}{2} - \frac{3}{2}\alpha \\ y = \alpha \end{cases} \text{ où } \alpha \in \mathbb{R}$$

$S = \{(\frac{3}{2} - \frac{3}{2}\alpha; \alpha) : \alpha \in \mathbb{R}\}$ est correct, mais on peut simplifier.

En posant $\alpha = 1$, on obtient la solution particulière : $\begin{cases} x = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} \cdot 1 = 0 \\ y = 1 \end{cases}$

C'est pourquoi la solution peut déjà s'écrire : $\begin{cases} x = 0 - \frac{3}{2}\alpha \\ y = 1 + \alpha \end{cases} \text{ où } \alpha \in \mathbb{R}$

En mettant $\frac{1}{2}$ en évidence, on peut aussi simplifier le vecteur directeur :

$$\begin{cases} x = 0 - \frac{3}{2}\alpha = -3 \cdot \frac{1}{2}\alpha = -3\alpha \\ y = 1 + \alpha = 1 + 2 \cdot \frac{1}{2}\alpha = 1 + 2\alpha \end{cases} \text{ où } \alpha \in \mathbb{R}$$

$$S = \{(-3\alpha; 1 + 2\alpha) : \alpha \in \mathbb{R}\}$$

$$4) \begin{cases} x - 2y = -1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases} \xrightarrow{L_2 \rightarrow L_2 + L_1} \begin{cases} x - 2y = -1 \\ 0 = 0 \end{cases} \text{ vrai pour n'importe quelle valeur de } y$$

$$\begin{cases} x - 2y = -1 \\ y = \alpha \end{cases} \text{ où } \alpha \in \mathbb{R} \xrightarrow{L_1 \rightarrow L_1 + 2L_2} \begin{cases} x = -1 + 2\alpha \\ y = \alpha \end{cases} \text{ où } \alpha \in \mathbb{R}$$

$$S = \{(-1 + 2\alpha; \alpha) : \alpha \in \mathbb{R}\}$$

$$5) \begin{cases} 3x + 4y = -17 \\ -5x + 7y = -81 \end{cases} \xrightarrow{L_2 \rightarrow 3L_2 + 5L_1} \begin{cases} 3x + 4y = -17 \\ 41y = -328 \end{cases} \xrightarrow{L_2 \rightarrow 1/41 L_2}$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = -17 \\ y = -8 \end{cases} \xrightarrow{L_1 \rightarrow L_1 - 4L_2} \begin{cases} 3x = 15 \\ y = -8 \end{cases} \xrightarrow{L_1 \rightarrow 1/3 L_1} \begin{cases} x = 5 \\ y = -8 \end{cases}$$

$$S = \{(5; -8)\}$$

$$\begin{aligned}
6) \quad & \begin{cases} 3x + 4y = -17 \\ 15x + 20y = -85 \end{cases} \xrightarrow{L_2 \rightarrow L_2 - 5L_1} \begin{cases} 3x + 4y = -17 \\ 0 = 0 \end{cases} \text{ vrai pour n'importe quelle valeur de } y \\
& \begin{cases} 3x + 4y = -17 \\ y = \alpha \end{cases} \text{ où } \alpha \in \mathbb{R} \xrightarrow{L_1 \rightarrow L_1 - 4L_2} \begin{cases} 3x = -17 - 4\alpha \\ y = \alpha \end{cases} \text{ où } \alpha \in \mathbb{R} \\
& \xrightarrow{L_1 \rightarrow \frac{1}{3}L_1} \begin{cases} x = -\frac{17}{3} - 4\alpha \\ y = \alpha \end{cases} \text{ où } \alpha \in \mathbb{R}
\end{aligned}$$

$S = \left\{ \left(-\frac{17}{3} - \frac{4}{3}\alpha ; \alpha \right) : \alpha \in \mathbb{R} \right\}$ est correct, mais on peut simplifier.

En posant $\alpha = 1$, on obtient la solution particulière : $\begin{cases} x = -\frac{17}{3} - \frac{4}{3} \cdot 1 = -7 \\ y = 1 \end{cases}$

C'est pourquoi la solution peut déjà s'écrire : $\begin{cases} x = -7 - \frac{4}{3}\alpha \\ y = 1 + \alpha \end{cases} \text{ où } \alpha \in \mathbb{R}$

En mettant $\frac{1}{3}$ en évidence, on peut aussi simplifier le vecteur directeur :

$$\begin{cases} x = -7 - \frac{4}{3}\alpha = -7 - 4 \cdot \frac{1}{3}\alpha = -7 - 4\alpha \\ y = 1 + \alpha = 1 + 3 \cdot \frac{1}{3}\alpha = 1 + 3\alpha \end{cases} \text{ où } \alpha \in \mathbb{R}$$

$$S = \left\{ (-7 - 4\alpha ; 1 + 3\alpha) : \alpha \in \mathbb{R} \right\}$$