1.4 $\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & - & z & = & 1 \\ 2\,x & + & 3\,y & + & k\,z & = & 3 \\ x & + & k\,y & + & 3\,z & = & 2 \end{array}\right. \overset{\substack{L_2 \to L_2 - 2\,L_1 \\ L_3 \to L_3 - L_1}}{\Longrightarrow} \left\{\begin{array}{l} x + y - z = 1 \\ y + k\,z + 2\,z = 1 \\ k\,y - y + 4\,z = 1 \end{array}\right.$

$$\left\{\begin{array}{l} x + y - z = 1 \\ y + (k+2)\,z = 1 \\ (k-1)\,y + 4\,z = 1 \end{array}\right. \overset{L_3 \to L_3 - (k-1)\,L_2}{\Longrightarrow}$$

$$\left\{\begin{array}{l} x + y - z = 1 \\ y + (k+2)\,z = 1 \\ 4\,z - \underbrace{(k-1)\,(k+2)\,z}_{(k^2+k-2)\,z} = \underbrace{1-(k-1)\cdot 1}_{1-k+1} \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} x + y - z = 1 \\ y + (k+2)\,z = 1 \\ \underbrace{(-k^2-k+6)}_{-(k^2+k-6)}\,z = -k+2 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} x + y - z = 1 \\ y + (k+2)\,z = 1 \\ -(k+3)(k-2)\,z = -(k-2) \end{array}\right.$$

— Si $k = -3$, la dernière équation devient $0 = 5$: le système est impossible.

— Si $k = 2$, la dernière équation devient $0 = 0$: le système possède une infinité de solutions, car z est variable libre.

— Si $k \neq -3$ et $k \neq 2$, alors il y a trois pivots et il y a une solution unique.