

$$1.7 \quad \begin{cases} 2x - y - 4z = k \\ -x + y + 2z = k \\ -x + y + kz = k \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 & | & k \\ -1 & 1 & 2 & | & k \\ -1 & 1 & k & | & k \end{pmatrix} \xRightarrow{L_2 \leftrightarrow L_1} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 & | & k \\ 2 & -1 & -4 & | & k \\ -1 & 1 & k & | & k \end{pmatrix} \xRightarrow{L_2 \rightarrow L_2 + 2L_1, L_3 \rightarrow L_3 - L_1} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 & | & k \\ 0 & 1 & 0 & | & 3k \\ 0 & 0 & k-2 & | & 0 \end{pmatrix}$$

Le système n'est consistant, c'est-à-dire possible, que si $k = 2$.

En remplaçant k par 2, on obtient :

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 & | & 2 \\ 0 & 1 & 0 & | & 6 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \xRightarrow{L_1 \rightarrow -L_1 + L_2} \begin{pmatrix} \textcircled{1} & 0 & -2 & | & 4 \\ 0 & \textcircled{1} & 0 & | & 6 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix}$$

Vu qu'il n'y a pas de pivot dans la colonne 3, la variable z est libre.

$$\begin{pmatrix} \textcircled{1} & 0 & -2 & | & 4 \\ 0 & \textcircled{1} & 0 & | & 6 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix} \iff \begin{cases} x - 2\alpha = 4 \\ y = 6 \\ z = \alpha \end{cases} \text{ où } \alpha \in \mathbb{R}$$

$$S = \{(4 + 2\alpha; 6; \alpha) : \alpha \in \mathbb{R}\}$$