

1.9 Désignons par x_1, x_2, x_3 et x_4 le poids des quatre objets que l'on cherche. Soient encore a, b, c et d les résultats successifs des quatre pesées.

La question de l'exercice revient à résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 & = a \\ x_2 + x_3 & = b \\ x_3 + x_4 & = c \\ x_1 & + x_4 = d \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & 1 & c \\ 1 & 0 & 0 & 1 & d \end{array} \right) \xrightarrow{\text{L}_4 \rightarrow \text{L}_4 - \text{L}_1} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & 1 & c \\ 0 & -1 & 0 & 1 & -a + d \end{array} \right) \xrightarrow{\text{L}_4 \rightarrow \text{L}_4 + \text{L}_2}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -a + b + d \end{array} \right) \xrightarrow{\text{L}_4 \rightarrow \text{L}_4 - \text{L}_3} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -a + b - c + d \end{array} \right)$$

La dernière ligne montre que le système ne peut pas avoir de solution unique : il me sera donc impossible de résoudre l'énigme.