2.14 Pour que la famille $\boldsymbol{v_1}, \boldsymbol{v_2}, \boldsymbol{v_3}$ forme une base de $\mathbb{R}^3$, il faut que

$$\alpha_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \alpha_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \alpha_3 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

possède une et une seule solution pour n'importe quelles valeurs de x, y et z.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & x \\ 1 & 0 & -1 & y \\ 2 & -1 & k & z \end{array}\right) \xrightarrow[]{\substack{L_2 \to L_2 - L_1 \\ L_3 \to L_3 - 2\,L_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & x \\ 0 & -1 & -2 & -x+y \\ 0 & -3 & k-2 & -2\,x+z \end{array}\right) \xrightarrow{L_3 \to L_3 - 3\,L_2}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & x \\ 0 & -1 & -2 & -x+y \\ 0 & 0 & k+4 & x-3\,y+z \end{array}\right)$$

Si $k \neq -4$, alors il y a trois pivots, ce qui garantit l'existence et l'unicité de la solution, de sorte que la famille $\boldsymbol{v_1}, \boldsymbol{v_2}, \boldsymbol{v_3}$ forme une base de $\mathbb{R}^3$.