

4.3

1) (a) $\begin{matrix} A & B \\ 2 \times 2 & 2 \times 3 \\ \text{égale} \\ \text{taille de AB} \end{matrix} = \begin{matrix} AB \\ 2 \times 3 \end{matrix}$ la multiplication est possible

Calculons le produit AB :

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 3 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 2$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 14 & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 3 \cdot 4 + 2 \cdot 1 = 14$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 14 & 12 \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 12$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 14 & 12 \\ 4 & * & * \end{pmatrix} \quad 1 \cdot 0 + 4 \cdot 1 = 4$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 14 & 12 \\ 4 & 8 & * \end{pmatrix} \quad 1 \cdot 4 + 4 \cdot 1 = 8$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 14 & 12 \\ 4 & 8 & 14 \end{pmatrix} \quad 1 \cdot 2 + 4 \cdot 3 = 14$$

(b) $\begin{matrix} B & A \\ 2 \times 3 & 2 \times 2 \\ \text{différents} \end{matrix} = BA$ la multiplication est impossible

2) (a) $\begin{matrix} A & B \\ 1 \times 3 & 3 \times 1 \\ \text{égale} \\ \text{taille de AB} \end{matrix} = \begin{matrix} AB \\ 1 \times 1 \end{matrix}$ la multiplication est possible

Calculons le produit AB :

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32 \end{pmatrix}. \quad 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 6 = 32$$

(b) $\begin{matrix} B & A \\ 3 \times 1 & 1 \times 3 \\ \text{égale} \\ \text{taille de BA} \end{matrix} = \begin{matrix} BA \\ 3 \times 3 \end{matrix}$ la multiplication est possible

Calculons le produit BA :

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 4 \cdot 1 = 4$$

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \quad 4 \cdot 2 = 8$$

$$\begin{array}{lcl}
\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 12 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} & 4 \cdot 3 = 12 \\
\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 5 & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} & 5 \cdot 1 = 5 \\
\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 5 & 10 & * \\ * & * & * \end{pmatrix} & 5 \cdot 2 = 10 \\
\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 5 & 10 & 15 \\ * & * & * \end{pmatrix} & 5 \cdot 3 = 15 \\
\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 5 & 10 & 15 \\ 6 & * & * \end{pmatrix} & 6 \cdot 1 = 6 \\
\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 5 & 10 & 15 \\ 6 & 12 & * \end{pmatrix} & 6 \cdot 2 = 12 \\
\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 5 & 10 & 15 \\ 6 & 12 & 18 \end{pmatrix} & 6 \cdot 3 = 18
\end{array}$$

3) (a) $\begin{array}{c} A \quad B \\ 3 \times 3 \quad 3 \times 3 \\ \text{égale} \\ \text{taille de AB} \end{array} = AB \quad 3 \times 3 \quad \text{la multiplication est possible}$

Calculons le produit AB :

$$\begin{array}{lcl}
\begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 5 & 0 & 7 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 5 & 0 & 7 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 5 & 0 & 7 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 5 & 0 & 7 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 5 & 0 & 7 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & * \\ * & * & * \end{pmatrix}
\end{array}$$

(b) $\begin{bmatrix} \text{B} & \text{A} \\ 3 \times 3 & 3 \times 3 \\ \text{égale} \\ \text{taille de BA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{BA} \\ 3 \times 3 \end{bmatrix}$ la multiplication est possible

[illegible]

4) (a) $\begin{matrix} & \text{A} & & \text{B} \\ \text{3} \times \text{3} & & \text{3} \times \text{3} \\ \left[\begin{array}{c} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right] & \text{ } & \left[\begin{array}{c} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right] \\ \text{taille de AB} \end{matrix} = \begin{matrix} \text{AB} \\ \text{3} \times \text{3} \end{matrix}$ la multiplication est possible

Calculons le produit A B :

[illegible]

(b) $\begin{matrix} & \text{B} & & \text{A} \\ \text{3} \times \text{3} & & \text{3} \times \text{3} \\ \left[\begin{array}{c} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right] & \text{égaux} & \left[\begin{array}{c} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right] \\ & \text{taille de BA} \end{matrix} = \begin{matrix} \text{BA} \\ \text{3} \times \text{3} \end{matrix}$ la multiplication est possible

Calculons le produit $\mathbf{B} \mathbf{A}$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \\
& \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \\
& \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & * \\ * & * & * \end{pmatrix} \\
& \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ * & * & * \end{pmatrix} \\
& \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & * & * \end{pmatrix} \\
& \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & * \end{pmatrix} \\
& \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$