

4.7 1) La symétrie s d'axe $y = x$ a pour matrice $S = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

La projection p sur l'axe Oy a pour matrice $P = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

La composée de cette symétrie s suivie de cette projection p a pour matrice :

$$PS = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2) La rotation r de 60° a pour matrice $R = \begin{pmatrix} \cos(60^\circ) & -\sin(60^\circ) \\ \sin(60^\circ) & \cos(60^\circ) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

La symétrie s d'axe Ox a pour matrice $S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

L'homothétie de rapport 2 a pour matrice $H = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

La composée de cette rotation r , suivie de cette symétrie s et enfin de cette homothétie h a pour matrice :

$$\begin{aligned} HSR &= \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$