

$$\mathbf{5.1} \quad f \left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y - 3z \\ 2y + z \\ x - y - 4z \end{pmatrix}$$

$$1) \quad f \left(\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} -1 + 3 - 3 \cdot (-1) \\ 2 \cdot 3 + (-1) \\ -1 - 3 - 4 \cdot (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Le vecteur $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ n'appartient pas au noyau de $f : \mathbf{v} \notin \text{Ker}(f)$.

$$2) \quad f \left(\begin{pmatrix} 7 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 7 + (-1) - 3 \cdot 2 \\ 2 \cdot (-1) + 2 \\ 7 - (-1) - 4 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Le vecteur $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ appartient au noyau de $f : \mathbf{w} \in \text{Ker}(f)$.