5.10 1) $\begin{vmatrix} 5 & 7 \\ -3 & -6 \end{vmatrix} = -3 \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -3 \cdot 3 = -9 \neq 0$: la matrice est inversible.

2) Les colonnes de la matrice $\begin{pmatrix} -4 & 6 \\ 6 & -9 \end{pmatrix}$ sont linéairement dépendantes :

$\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} = -2 \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 6 \\ -9 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

Par conséquent, la matrice n'est pas inversible.

3) $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 \\ -3 & -7 & 0 \\ 8 & 5 & -1 \end{vmatrix} = 5 \cdot (-7) \cdot (-1) \neq 0$: la matrice est inversible.

4) Les colonnes de la matrice $\begin{pmatrix} -7 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 9 \end{pmatrix}$ n'engendrent pas la totalité de $\mathbb{R}^3$, mais seulement un espace de dimension 2, vu que la deuxième colonne est nulle. La matrice n'est pas inversible.

5) $\begin{vmatrix} 1 & -5 & -4 \\ 0 & 3 & 4 \\ -3 & 6 & 0 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & -5 & -4 \\ 0 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} \overset{L_2 \to L_2 + L_1}{=} 3 \begin{vmatrix} 1 & -5 & -4 \\ 1 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$

$$= 3 \cdot (-4) \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} \overset{L_3 \to L_3 + L_2}{=} -12 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = -12 \cdot 0 = 0$$

La matrice n'est pas inversible.

6) La matrice $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 & 4 \\ 0 & 5 & 9 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$ possède 4 pivots : elle est inversible.