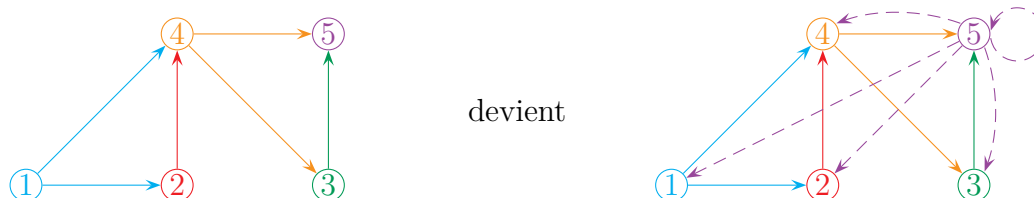


7.15



- 1) On prêtera attention au fait que la page 5 est un « puits ».  
C'est pourquoi on ajoutera des liens depuis la page 5 pour se rendre aléatoirement vers n'importe quelle page.

$$\frac{85}{100} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 & \frac{1}{5} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} + \frac{15}{100} \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,03 & 0,03 & 0,03 & 0,03 & 0,2 \\ 0,455 & 0,03 & 0,03 & 0,03 & 0,2 \\ 0,03 & 0,03 & 0,03 & 0,455 & 0,2 \\ 0,455 & 0,88 & 0,03 & 0,03 & 0,2 \\ 0,03 & 0,03 & 0,88 & 0,455 & 0,2 \end{pmatrix}$$

- 2) Il est bien plus simple d'effectuer les calculs à l'aide d'un logiciel.

Sous **GeoGebra**, on commencera par définir :

$$A = \{ \{0.03, 0.03, 0.03, 0.03, 0.2\}, \{0.455, 0.03, 0.03, 0.03, 0.2\}, \\ \{0.03, 0.03, 0.03, 0.455, 0.2\}, \{0.455, 0.88, 0.03, 0.03, 0.2\}, \\ \{0.03, 0.03, 0.88, 0.455, 0.2\} \}$$

$$v_0 = \{ \{0.2\}, \{0.2\}, \{0.2\}, \{0.2\}, \{0.2\} \}$$

Puis on pourra calculer les itérations :

$$v_1 = A * v_0$$

$$v_2 = A * v_1$$

$$v_3 = A * v_2$$

et ainsi de suite

On obtient ainsi les résultats suivants :

$$v_1 = A v_0 = \begin{pmatrix} 0,03 & 0,03 & 0,03 & 0,03 & 0,2 \\ 0,455 & 0,03 & 0,03 & 0,03 & 0,2 \\ 0,03 & 0,03 & 0,03 & 0,455 & 0,2 \\ 0,455 & 0,88 & 0,03 & 0,03 & 0,2 \\ 0,03 & 0,03 & 0,88 & 0,455 & 0,2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,2 \\ 0,2 \\ 0,2 \\ 0,2 \\ 0,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,06 \\ 0,15 \\ 0,15 \\ 0,32 \\ 0,32 \end{pmatrix}$$

$$v_2 = A v_1 = \begin{pmatrix} 0,03 & 0,03 & 0,03 & 0,03 & 0,2 \\ 0,455 & 0,03 & 0,03 & 0,03 & 0,2 \\ 0,03 & 0,03 & 0,03 & 0,455 & 0,2 \\ 0,455 & 0,88 & 0,03 & 0,03 & 0,2 \\ 0,03 & 0,03 & 0,88 & 0,455 & 0,2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,06 \\ 0,15 \\ 0,15 \\ 0,32 \\ 0,32 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,08 \\ 0,11 \\ 0,22 \\ 0,24 \\ 0,35 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{v}_3 = A \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 0,03 & 0,03 & 0,03 & 0,03 & 0,2 \\ 0,455 & 0,03 & 0,03 & 0,03 & 0,2 \\ 0,03 & 0,03 & 0,03 & 0,455 & 0,2 \\ 0,455 & 0,88 & 0,03 & 0,03 & 0,2 \\ 0,03 & 0,03 & 0,88 & 0,455 & 0,2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,08 \\ 0,11 \\ 0,22 \\ 0,24 \\ 0,35 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,09 \\ 0,12 \\ 0,19 \\ 0,22 \\ 0,38 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{v}_4 = A \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 0,03 & 0,03 & 0,03 & 0,03 & 0,2 \\ 0,455 & 0,03 & 0,03 & 0,03 & 0,2 \\ 0,03 & 0,03 & 0,03 & 0,455 & 0,2 \\ 0,455 & 0,88 & 0,03 & 0,03 & 0,2 \\ 0,03 & 0,03 & 0,88 & 0,455 & 0,2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,09 \\ 0,12 \\ 0,19 \\ 0,22 \\ 0,38 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,09 \\ 0,13 \\ 0,19 \\ 0,24 \\ 0,35 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{v}_5 = A \mathbf{v}_4 = \begin{pmatrix} 0,03 & 0,03 & 0,03 & 0,03 & 0,2 \\ 0,455 & 0,03 & 0,03 & 0,03 & 0,2 \\ 0,03 & 0,03 & 0,03 & 0,455 & 0,2 \\ 0,455 & 0,88 & 0,03 & 0,03 & 0,2 \\ 0,03 & 0,03 & 0,88 & 0,455 & 0,2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,09 \\ 0,13 \\ 0,19 \\ 0,24 \\ 0,35 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,09 \\ 0,13 \\ 0,19 \\ 0,24 \\ 0,35 \end{pmatrix}$$

Comme  $\mathbf{v}_5 \approx \mathbf{v}_4$  à deux décimales près, on a obtenu notre approximation du vecteur stationnaire vers lequel converge la chaîne de Markov :

$$\begin{pmatrix} 0,09 \\ 0,13 \\ 0,19 \\ 0,24 \\ 0,35 \end{pmatrix} \text{ qui donne lieu au classement } \left\{ \begin{array}{ll} 1. & 0,35 \text{ page 5} \\ 2. & 0,24 \text{ page 4} \\ 3. & 0,19 \text{ page 3} \\ 4. & 0,13 \text{ page 2} \\ 5. & 0,09 \text{ page 1} \end{array} \right.$$