4.11

1) Pour que la fonction f admette les asymptotes verticales $x = -2$ et $x = 1$, il faut que son dénominateur $(x + d)\,(x + e)$ s'annule lorsque $x = -2$ et $x = 1$. C'est pourquoi $(x + d)\,(x + e) = (x + 2)\,(x - 1)$.

2) Puisque $\lim\limits_{x\to\infty} \delta(x) = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{c}{(x + 2)\,(x - 1)} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{c}{x \cdot x} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{c}{x^2} = 0$, la fonction f admet $y = a\,x + b$ pour asymptote oblique.

   Comme celle-ci doit être $y = 3\,x - 7$, on en déduit que $a = 3$ et $b = -7$.

3) On sait déjà que $f(x) = 3\,x - 7 + \dfrac{c}{(x + 2)\,(x - 1)}$.

   En outre, comme le graphe de f doit passer par le point $\mathrm{A}(-5\,;20)$, on doit avoir $20 = f(-5) = 3 \cdot (-5) - 7 + \dfrac{c}{(-5 + 2)\,(-5 - 1)} = -22 + \dfrac{c}{18}$.

   On en déduit $42 = \dfrac{c}{18}$ et enfin $c = 756$.

En définive $f(x) = 3\,x - 7 + \dfrac{756}{(x + 2)\,(x - 1)}$.