4.9

1) Pour que le graphe de f passe par le point $\mathrm{A}(2\,;0)$, il faut que $0 = f(2) = \dfrac{2\,a+b}{2\,c+d}$ d'où l'on tire $2\,a+b=0$ ou encore $b=-2\,a$.
2) Pour que f admette l'asymptote verticale $x=3$, il faut que le dénominateur $c\,x+d$ s'annule lorsque $x=3$, c'est-à-dire $3\,c+d=0$ ou si l'on préfère $d=-3\,c$.
3) Pour obtenir l'asymptote horizontale $y=-2$, il suffit que $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{a\,x+b}{c\,x+d} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{a\,x}{c\,x} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{a}{c} = \dfrac{a}{c} = -2$, d'où l'on déduit $a=-2\,c$.

En résumé, on a obtenu :

1) $b=-2\,a=-2\,(-2\,c)=4\,c$
2) $d=-3\,c$
3) $a=-2\,c$

C'est pourquoi $f(x) = \dfrac{-2\,c\,x+4\,c}{c\,x-3\,c} = \dfrac{c\,(-2\,x+4)}{c\,(x-3)} = \dfrac{-2\,x+4}{x-3}$.