5.10 1) Le cercle Γ_2 est tangent à la droite d si $\delta(\mathrm{C}_2\,;d) = r_2$.

On sait que $r_2 = 4$ et que $\mathrm{C}_2(k\,;4)$.

$$4 = \frac{|\,8\,k - 15 \cdot 4\,|}{\sqrt{8^2 + (-15)^2}} = \frac{|\,8\,k - 60\,|}{\sqrt{289}} = \frac{4\,|\,2\,k - 15\,|}{17}$$

On en tire $|\,2\,k - 15\,| = 17$, c'est-à-dire $2\,k - 15 = \pm 17$:

(a) si $2\,k - 15 = 17$, alors $\boxed{k = 16}$;

(b) si $2\,k - 15 = -17$, alors $\boxed{k = -1}$.

2) (a) Les cercles Γ_1 et Γ_2 sont tangents intérieurement si $\delta(\mathrm{C}_1\,;\mathrm{C}_2) = r_1 - r_2 = 9 - 4 = 5$.

L'égalité $5 = \delta(\mathrm{C}_1\,;\mathrm{C}_2) = \|\overrightarrow{\mathrm{C}_1\mathrm{C}_2}\|$ implique :

$$25 = \|\overrightarrow{\mathrm{C}_1\mathrm{C}_2}\|^2 = \left\|\begin{pmatrix} k-2 \\ 5 \end{pmatrix}\right\|^2 = (k-2)^2 + 5^2 = (k-2)^2 + 25$$

On en déduit $(k-2)^2 = 0$, puis $\boxed{k = 2}$.

(b) Les cercles Γ_1 et Γ_2 sont tangents extérieurement si $\delta(\mathrm{C}_1\,;\mathrm{C}_2) = r_1 + r_2 = 9 + 4 = 13$.

L'égalité $13 = \delta(\mathrm{C}_1\,;\mathrm{C}_2) = \|\overrightarrow{\mathrm{C}_1\mathrm{C}_2}\|$ implique :

$$169 = \|\overrightarrow{\mathrm{C}_1\mathrm{C}_2}\|^2 = \left\|\begin{pmatrix} k-2 \\ 5 \end{pmatrix}\right\|^2 = (k-2)^2 + 5^2 = (k-2)^2 + 25$$

On en tire :

$(k-2)^2 + 25 - 169 = 0$

$(k-2)^2 - 12^2 = 0$

$\big((k-2) + 12\big)\,\big((k-2) - 12\big) = 0$

$(k+10)\,(k-14) = 0$

$\boxed{k = -10}$ ou $\boxed{k = 14}$