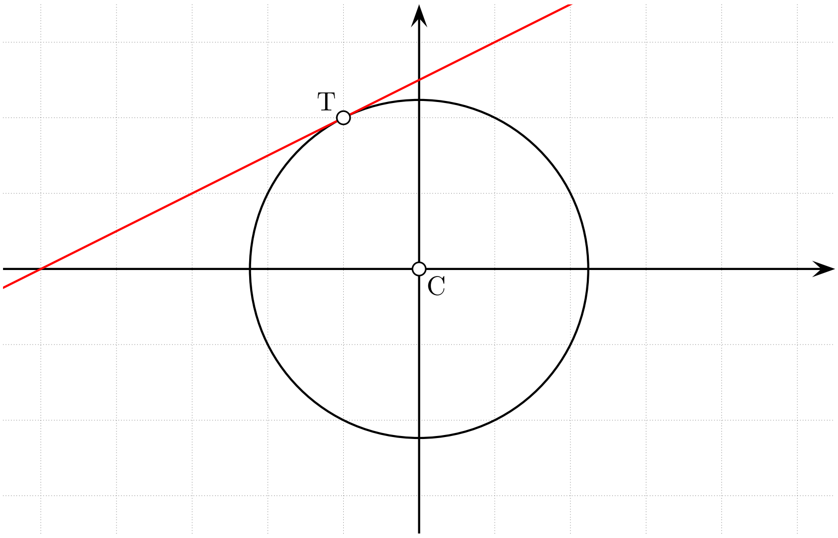
5.14 1)



Vérifions que $\mathrm{T} \in \Gamma$: $(-1)^2 + 2^2 = 5$.

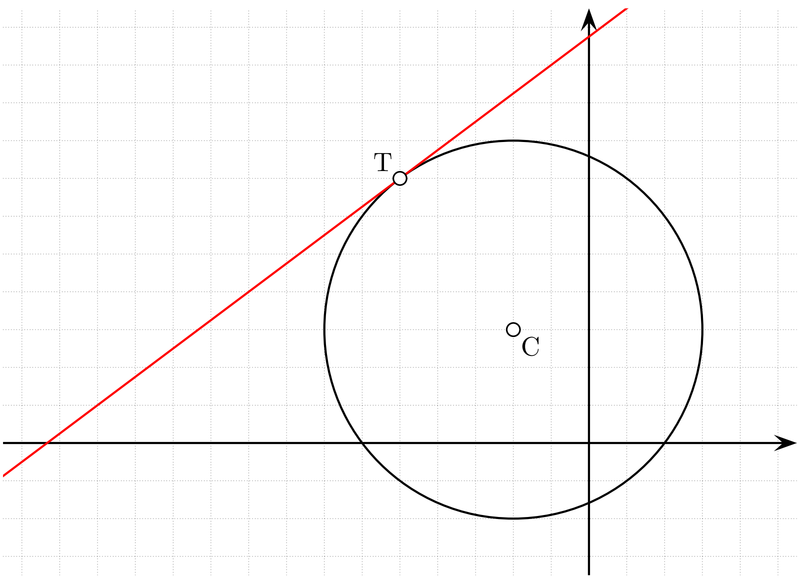
L'équation de la tangente au cercle Γ au point T est donnée par :

$(-1-0)\,(x-0) + (2-0)\,(y-0) = 5$

$-x + 2\,y = 5$

$\boxed{x - 2\,y + 5 = 0}$

2)



Vérifions que $\mathrm{T} \in \Gamma$: $(-5+2)^2 + (7-3)^2 = 9 + 16 = 25$.

L'équation de la tangente au cercle Γ au point T est donnée par :

$(-5+2)\,(x+2) + (7-3)\,(y-3) = 25$

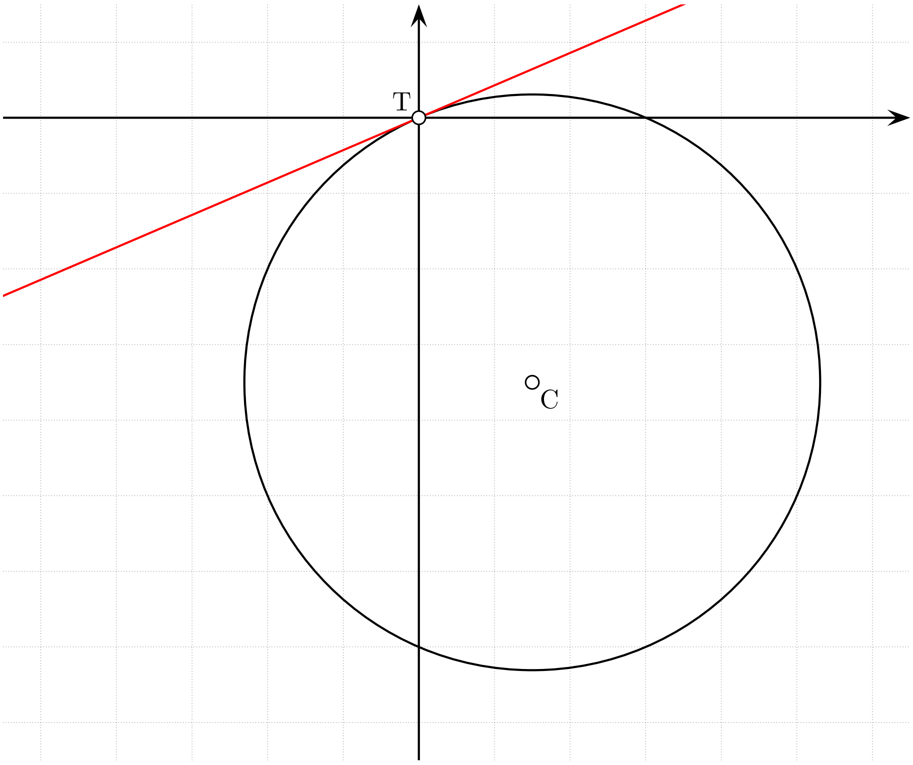
$-3\,(x+2) + 4\,(y-3) = 25$

$-3\,x - 6 + 4\,y - 12 - 25 = 0$

$-3\,x + 4\,y - 43 = 0$

$\boxed{3\,x - 4\,y + 43 = 0}$

3)



Vérifions que $\mathrm{T} \in \Gamma$: $0^2 + 0^2 = 3 \cdot 0 - 7 \cdot 0$.

Déterminons le centre et le rayon du cercle Γ :

$x^2 + y^2 = 3\,x - 7\,y$

$\underbrace{x^2 - 3\,x + \tfrac{9}{4}}_{(x-\frac{3}{2})^2} - \tfrac{9}{4} + \underbrace{y^2 + 7\,y + \tfrac{49}{4}}_{(y+\frac{7}{2})^2} - \tfrac{49}{4}$

$(x - \frac{3}{2})^2 + (y + \frac{7}{2})^2 = \frac{9}{4} + \frac{49}{4} = \frac{29}{2}$

L'équation de la tangente au cercle Γ au point T est donnée par :

$(0 - \frac{3}{2})\,(x - \frac{3}{2}) + (0 + \frac{7}{2})\,(y + \frac{7}{2}) = \frac{29}{2}$

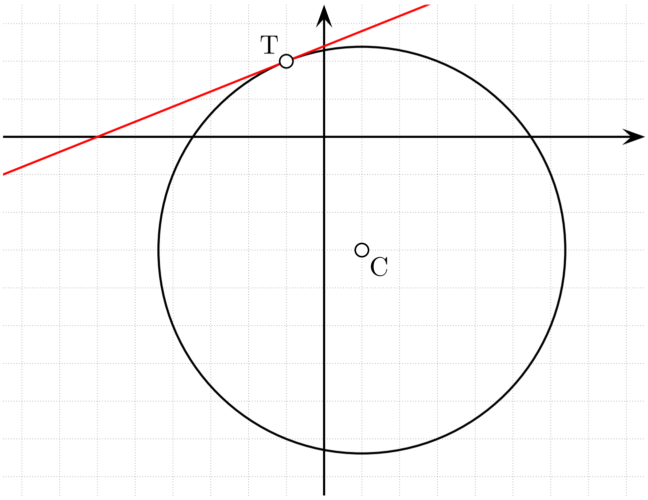
$-\frac{3}{2}\,(x - \frac{3}{2}) + \frac{7}{2}\,(y + \frac{7}{2}) = \frac{29}{2}$

$-\frac{3}{2}\,x + \frac{9}{4} + \frac{7}{2}\,y + \frac{49}{4} - \frac{29}{2} = 0$

$-\frac{3}{2}\,x + \frac{7}{2}\,y = 0$

$\boxed{3\,x - 7\,y = 0}$

4)



Vérifions que $\mathrm{T} \in \Gamma$: $(-1)^2 + 2^2 - 2 \cdot (-1) + 6 \cdot 2 = 19\,.$

Déterminons le centre et le rayon du cercle Γ :

$x^2 + y^2 - 2\,x + 6\,y = 19$

$\underbrace{x^2 - 2\,x + 1}_{(x-1)^2} - 1 + \underbrace{y^2 + 6\,y + 9}_{(y+3)^2} - 9 = 19$

$(x-1)^2 + (y+3)^2 = 19 + 1 + 9 = 29$

L'équation de la tangente au cercle Γ au point T est donnée par :

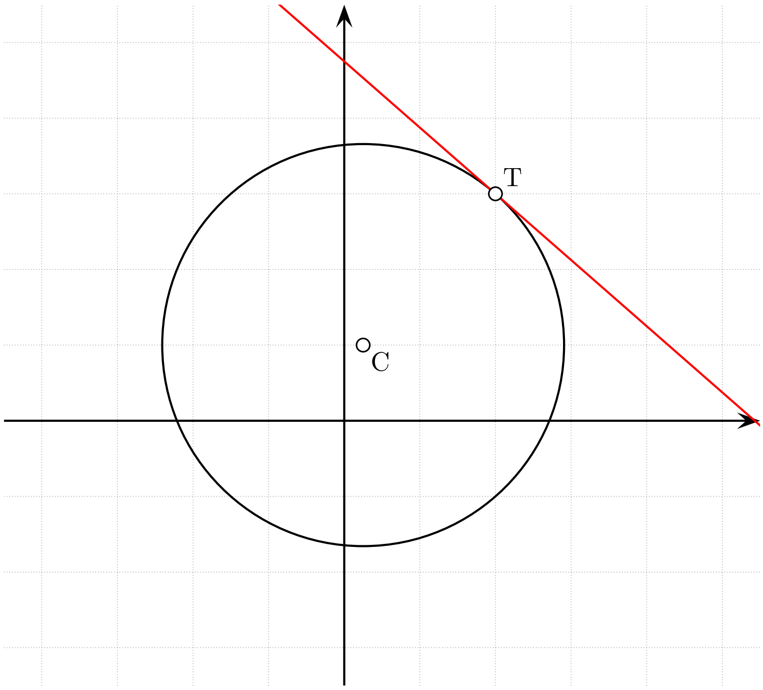
$(-1-1)\,(x-1) + (2+3)\,(y+3) = 29$

$-2\,(x-1) + 5\,(y+3) = 29$

$-2\,x + 2 + 5\,y + 15 = 29$

$-2\,x + 5\,y - 12 = 0$

$\boxed{2\,x - 5\,y + 12 = 0}$

5) 

Vérifions que $\mathrm{T} \in \Gamma$: $2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3^2 = 2 + 4 \cdot 3 + 12$.

Déterminons le centre et le rayon du cercle Γ :

$2\,x^2 + 2\,y^2 = x + 4\,y + 12$

$x^2 + y^2 = \frac{1}{2}\,x + 2\,y + 6$

$\underbrace{x^2 - \frac{1}{2}\,x + \frac{1}{16}}_{(x-\frac{1}{4})^2} - \frac{1}{16} + \underbrace{y^2 - 2\,y + 1}_{(y-1)^2} - 1 = 6$

$(x - \frac{1}{4})^2 + (y-1)^2 = 6 + \frac{1}{16} + 1 = \frac{113}{16}$

L'équation de la tangente au cercle Γ au point T est donnée par :

$(2 - \frac{1}{4})\,(x - \frac{1}{4}) + (3-1)\,(y-1) = \frac{113}{16}$

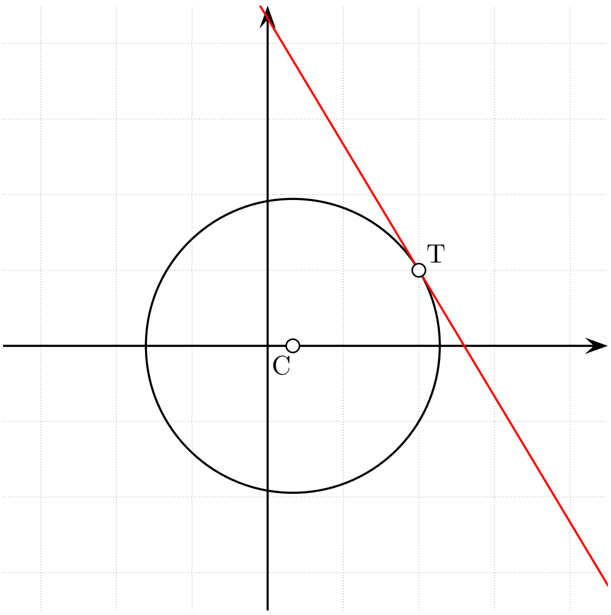
$\frac{7}{4}\,(x - \frac{1}{4}) + 2\,(y-1) = \frac{113}{16}$

$\frac{7}{4}\,x - \frac{7}{16} + 2\,y - 2 - \frac{113}{16} = 0$

$\frac{7}{4}\,x + 2\,y - \frac{19}{2} = 0$

$\boxed{7\,x + 8\,y - 38 = 0}$

6)



Vérifions que $\mathrm{T} \in \Gamma$: $3 \cdot 2^2 + 3 \cdot 1^2 = 2 \cdot 2 + 11$.

Déterminons le centre et le rayon du cercle Γ :

$3\,x^2 + 3\,y^2 = 2\,x + 11$

$x^2 + y^2 = \frac{2}{3}\,x + \frac{11}{3}$

$\underbrace{x^2 - \frac{2}{3}\,x + \frac{1}{9}}_{(x-\frac{1}{3})^2} - \frac{1}{9} + y^2 = \frac{11}{3}$

$(x - \frac{1}{3})^2 + y^2 = \frac{11}{3} + \frac{1}{9} = \frac{34}{9}$

L'équation de la tangente au cercle Γ au point T est donnée par :

$(2 - \frac{1}{3})\,(x - \frac{1}{3}) + 1 \cdot y = \frac{34}{9}$

$\frac{5}{3}\,(x - \frac{1}{3}) + y = \frac{34}{9}$

$\frac{5}{3}\,x - \frac{5}{9} + y - \frac{34}{9} = 0$

$\frac{5}{3}\,x + y - \frac{13}{3} = 0$

$\boxed{5\,x + 3\,y - 13 = 0}$