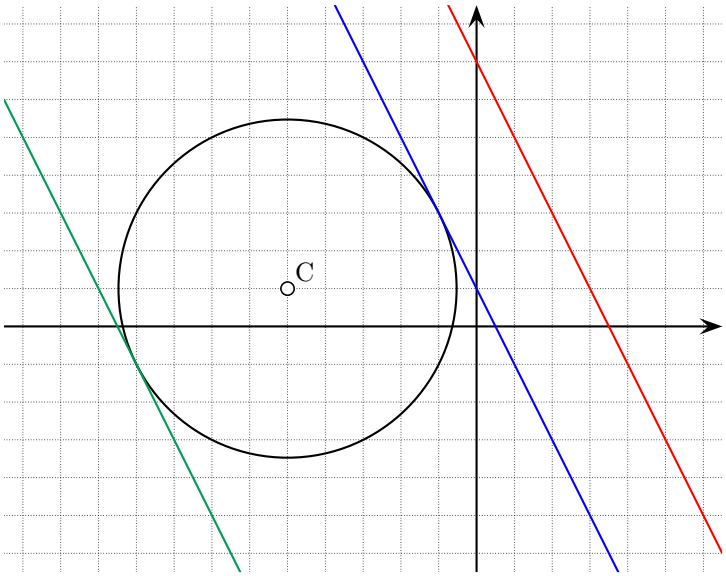
5.17



Calcul du centre et du rayon du cercle

$x^2 + y^2 + 10\,x = 2\,y - 6$

$\underbrace{x^2 + 10\,x + 25}_{(x+5)^2} - 25 + \underbrace{y^2 - 2\,y + 1}_{(y-1)^2} - 1 = -6$

$(x+5)^2 + (y-1)^2 = -6 + 25 + 1 = 20 = (2\sqrt{5})^2$

$\boxed{\mathrm{C}(-5\,;1)}$ et $\boxed{r = 2\sqrt{5}}$

Calcul des tangentes

La droite $2\,x + y = 7$ s'écrit $y = -2\,x + 7$, si bien que sa pente vaut $m = -2$.

On cherche ainsi les tangentes au cercle de pente $m = -2$:

$y - 1 = -2\,\big(x - (-5)\big) \pm 2\sqrt{5}\,\sqrt{(-2)^2 + 1}$

$y - 1 = -2\,(x+5) \pm 2\sqrt{5}\,\sqrt{5}$

$y - 1 = -2\,x - 10 \pm 10$

$2\,x + y + 9 = \pm 10$

1) $2\,x + y + 9 = 10$ donne $\boxed{2\,x + y - 1 = 0}$.

2) $2\,x + y + 9 = -10$ implique $\boxed{2\,x + y + 19 = 0}$.