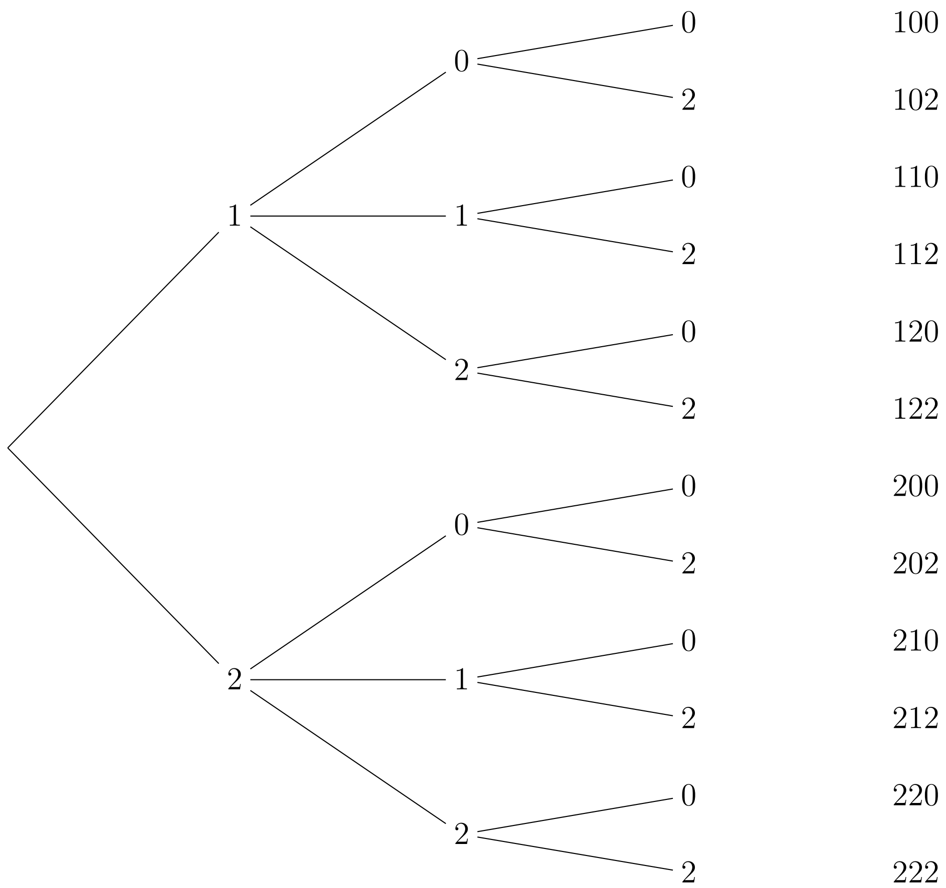
1 Combinatoire

Principe de multiplication

Exemple Combien de nombres pairs de trois chiffres peut-on former avec les chiffres 0, 1 et 2 ?

On peut représenter l'ensemble des solutions par un diagramme en arbre :



On constate que l'on peut former $2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$ nombres.

Principe de multiplication

Si un événement P *se décompose en* n *processus élémentaires successifs admettant respectivement* $r_1, r_2, r_3, \ldots, r_n$ *réalisations, alors l'événement* P *admet* $r_1 \cdot r_2 \cdot r_3 \cdot \ldots \cdot r_n$ *réalisations.*

Remarque Le plus souvent, les arbres sont gigantesques, donc pratiquement irréalisables. Aussi l'analyse combinatoire ne consiste-t-elle pas à énumérer toutes les possibilités (démarche longue et fastidieuse), mais à les dénombrer, c'est-à-dire à simplement calculer leur nombre.

Exemple Un système d'immatriculation comprend 4 chiffres dont le premier est non nul, suivis de 2 lettres distinctes, différentes de `I` et `O`. Quel est le nombre de plaques d'immatriculation ?

4 chiffres				2 lettres	
□	□	□	□	□	□
9	10	10	10	24	23

Il y a donc $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 24 \cdot 23 = 4968000$ plaques différentes.

1.1 On doit former un comité de trois personnes comprenant un représentant de chacune des catégories direction, personnel et consommateurs. Il y a trois représentants possibles parmi le personnel, deux parmi les membres de la direction et quatre parmi les consommateurs. Combien de comités peut-on former ?

1.2 Combien de nombres de 4 chiffres peut-on former avec les chiffres de 0 à 9 :

1) si les répétitions sont autorisées ?
2) si les répétitions sont interdites ?
3) si les répétitions sont interdites et le dernier chiffre doit être 0 ?

1.3 Combien de nombres de 5 chiffres distincts peut-on former avec les chiffres de 0 à 9 :

1) si les nombres doivent être impairs ?
2) si les deux premiers chiffres de chaque nombre doivent être pairs ?

1.4 La carte d'un restaurant propose 10 hors-d'œuvre, 4 entrées, 11 plats de viande et 9 desserts. Abstraction faite de considérations culinaires, combien peut-on composer de menus contenant dans cet ordre un hors-d'œuvre, une entrée, un plat de viande et un dessert ?

1.5 On veut asseoir 5 hommes et 4 femmes dans une rangée de 9 chaises.

1) Combien y a-t-il de possibilités de le faire ?
2) Même question si l'on veut que les femmes occupent les places paires.

1.6

1) Combien existe-t-il de plaques minéralogiques à 7 caractères, si les deux premiers sont des lettres et les 5 autres des chiffres ?
2) Même question en supposant que les répétitions de lettres ou de chiffres sur la même plaque sont exclues.

1.7 Il existe 6 chemins possibles allant de A à B et 4 chemins allant de B à C. De combien de façons peut-on :

1) aller de A à C en passant par B ?
2) aller et revenir de A à C en passant par B ?
3) aller et revenir de A à C en passant par B et en ne passant qu'une seule fois par le même chemin ?

Permutations

Permutations simples

Exemple Combien d'anagrammes du mot `SOEUR` (même sans signification en français) peut-on former ?

Il y a 5 lettres distinctes, donc 5 possibilités pour la première lettre, 4 possibilités pour la deuxième lettre, etc.

$$\begin{array}{ccccc} \square & \square & \square & \square & \square \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{array}$$

Il y a donc $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5! = 120$ anagrammes possibles.

Toute disposition ordonnée de n éléments distincts s'appelle une **permutation simple**. Le principe de multiplication montre que le nombre P_n de permutations simples vaut :

$$\boxed{\mathrm{P}_n = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!}$$

Permutations avec répétitions

Exemple Combien d'anagrammes du mot `NONNE` (même sans signification en français) peut-on former ?

Si l'on distingue les trois `N` en les numérotant, il y a $\mathrm{P}_5 = 5! = 120$ permutations des lettres $\texttt{N}_1$, $\texttt{O}$, $\texttt{N}_2$, $\texttt{N}_3$, $\texttt{E}$. Parmi ces permutations, certaines sont identiques. Par exemple, l'anagramme `ONNNE` correspond aux six permutations

$$\begin{array}{ccc} \texttt{ON}_1\texttt{N}_2\texttt{N}_3\texttt{E} & \texttt{ON}_1\texttt{N}_3\texttt{N}_2\texttt{E} & \texttt{ON}_2\texttt{N}_1\texttt{N}_3\texttt{E} \\ \texttt{ON}_2\texttt{N}_3\texttt{N}_1\texttt{E} & \texttt{ON}_3\texttt{N}_1\texttt{N}_2\texttt{E} & \texttt{ON}_3\texttt{N}_2\texttt{N}_1\texttt{E} \end{array}$$

Chaque anagramme a été compté $\mathrm{P}_3 = 3! = 6$ fois.

Il y aura donc $\dfrac{5!}{3!} = 20$ anagrammes du mot `NONNE`.

Toute disposition ordonnée de n éléments, dont n_1 sont identiques de type 1, n_2 identiques de type 2, ..., n_p identiques de type p avec $n_1 + n_2 + \ldots + n_p = n$, s'appelle une **permutation avec répétitions**. Suivant le raisonnement de l'exemple précédent, le nombre $\overline{\mathrm{P}}(n_1, n_2, \ldots, n_p)$ de permutations avec répétitions est :

$$\boxed{\overline{\mathrm{P}}(n_1, n_2, \ldots, n_p) = \frac{n!}{n_1!\, n_2!\, \ldots\, n_p!}}$$

Exemple Le mot `ENTENTE` possède $\overline{\mathrm{P}}(3, 2, 2) = \dfrac{7!}{3!\,2!\,2!} = 210$ anagrammes.

1.8 7 personnes prennent place sur un banc.

1) De combien de manières différentes peuvent-elles se disposer ?
2) De combien de manières différentes peuvent-elles se disposer, si deux personnes déterminées doivent occuper les deux extrémités du banc ?

1.9 Un représentant s'apprête à visiter cinq de ses clients. De combien de façons peut-il faire cette série de visites :

1) s'il les fait toutes le même jour ?
2) s'il en fait trois un jour et deux le lendemain ?

1.10 On place au hasard les 12 tomes d'une encyclopédie sur un rayon d'une bibliothèque.

1) Combien de classements différents existe-t-il ?
2) Parmi ces classements, combien y en a-t-il où les tomes 1 et 2 se trouvent côte à côte dans cet ordre ?
3) Parmi ces classements, combien y en a-t-il où les tomes 1 et 2 se trouvent côte à côte ?

1.11 De combien de façons différentes peut-on aligner 10 billes

1) si elles sont toutes de couleur différente ?
2) s'il y a 5 billes rouges, 2 billes blanches et 3 billes bleues ?

1.12

1) Déterminer le nombre d'anagrammes du mot `MISSISSIPPI` ?
2) Parmi ces anagrammes, combien commencent et se terminent par la lettre `S` ?

1.13

1) De combien de manières peut-on partager un groupe de dix personnes en deux groupes de sept et trois ?
2) en trois groupes de cinq, trois et deux ?

1.14

1) De combien de manières peut-on asseoir en rang 3 garçons et 3 filles ?
2) Même question si les garçons doivent rester ensemble et les filles aussi.
3) Même question si les garçons doivent rester ensemble.
4) Même question si deux personnes du même sexe ne doivent jamais voisiner.

1.15 Combien de mots peut-on écrire avec les lettres du mot `TOULOUSE`, si les consonnes doivent occuper les 1re, 4e et 7e positions ?

1.16 On achète six pièces mécaniques. Comment peut-on les répartir :

1) si elles doivent être placées chacune dans un atelier différent ?
2) si elles sont placées deux à deux dans trois ateliers différents ?
3) s'il y a quatre ateliers, deux recevant deux pièces et deux autres une seule ?

1.17 Un laboratoire de recherches en psychologie du rêve dispose de trois chambres à deux lits. Trois paires de vrais jumeaux sont étudiées. On veut placer chaque paire dans une chambre et assigner à chacun un lit bien déterminé. De combien de manières peut-on organiser l'expérience ?

1.18 De combien de manières peut-on placer 3 romans, 2 livres de mathématiques et 1 de chimie sur une étagère si :

1) aucune restriction n'est mise ;
2) les livres de mathématiques doivent être rangés ensemble et les romans aussi ;
3) seuls les romans doivent être rangés ensemble ?

Arrangements

Arrangements simples

Exemple Une course de chevaux compte 26 partants. Combien y a-t-il de possibilités de jouer un quarté (pronostiquer l'ordre d'arrivée des 4 premiers de la course) ?

La première place peut-être occupée par l'un des 26 chevaux, la deuxième place par l'un des 25 chevaux restants, etc.

$$\begin{array}{cccc} \square & \square & \square & \square \\ 26 & 25 & 24 & 23 \end{array}$$

Il y a donc $26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 = 358800$ quartés possibles.

Pour simplifier les calculs à la machine, on utilise souvent cette technique :

$$26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 = \frac{26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{22 \cdot 21 \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{26!}{(26-4)!}$$

On appelle **arrangement simple** un choix ordonné de k éléments distincts parmi n éléments distincts. Le nombre A_k^n d'arrangements simples est :

$$\boxed{\mathrm{A}_k^n = \underbrace{n\,(n-1)\,\ldots\,(n-k+1)}_{k \text{ termes}} = \frac{n!}{(n-k)!}}$$

Pour donner un sens à cette formule dans le cas particulier où $k = n$, on adopte la convention $0! = 1$.

Arrangements avec répétitions

Exemple Les plaques d'immatriculation d'un pays sont formées d'exactement quatre lettres de l'alphabet latin. Combien de voitures peut-on immatriculer dans ce pays ?

Il y a 26 possibilités pour la première lettre, 26 pour la deuxième, 26 pour la troisième et 26 pour la quatrième.

$$\begin{array}{cccc} \square & \square & \square & \square \\ 26 & 26 & 26 & 26 \end{array}$$

En tout, il y a donc $26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 26 = 26^4 = 456976$ plaques possibles.

On appelle **arrangement avec répétitions** un choix ordonné de k éléments, distincts ou non (on peut choisir plusieurs fois le même), parmi n éléments distincts. Le nombre $\overline{\mathrm{A}_k^n}$ d'arrangements avec répétitions vaut :

$$\boxed{\overline{\mathrm{A}_k^n} = n^k}$$

1.19 Dix-sept chevaux sont au départ d'un grand prix. Combien y a-t-il de tiercés possibles ?

1.20 De combien de manières peut-on colorier une carte représentant 3 pays avec des couleurs différentes choisies parmi 7 tons différents ?

1.21 Cinq prix doivent être décernés à des étudiants choisis dans une classe de 30 personnes. Combien de résultats peut-on avoir si :

1) le cumul des prix est admis ;
2) le cumul des prix n'est pas possible ?

1.22
1) Avec les 26 lettres de l'alphabet, combien peut-on former de mots de 5 lettres ? (Les mots n'ont pas nécessairement de signification !)
2) Même question mais en se limitant aux mots formés de 5 lettres différentes ?

1.23
1) Cinq personnes désirent s'asseoir dans un compartiment de huit places. Combien y a-t-il de possibilités ?
2) Même question, mais avec huit personnes.

1.24 Dans l'alphabet Braille, chaque lettre ou signe est représenté par 6 points disposés en un tableau de 3 lignes et 2 colonnes, certains étant en relief. Combien de signes distincts peut-on composer ?

1.25 1) Un immeuble est composé d'un rez-de-chaussée et de 8 étages. Un ascenseur part du rez-de-chaussée avec 5 occupants. De combien de manières ces 5 occupants peuvent-ils choisir les étages auxquels ils vont se rendre ?

2) Même question dans le cas où à chaque étage un occupant au plus quitte l'ascenseur.

1.26 On considère les 26 lettres de l'alphabet :

1) combien peut-on former de mots de deux lettres ?
2) combien y en a-t-il constitués :
   (a) de deux voyelles ?
   (b) de deux consonnes ?
   (c) d'une voyelle et d'une consonne ?

1.27 On considère un jeu forain où 4 souris, numérotées de 1 à 4 peuvent se diriger vers 5 cases A, B, C, D et E, plusieurs souris pouvant choisir la même case. Sur un billet, le joueur inscrit une répartition des souris dans les différentes cases et il gagne si son pronostic se réalise. Combien de pronostics différents peut-il faire ?

1.28 Une file de sept personnes circulant en montagne comprend trois montagnards et quatre touristes. De combien de manière différentes, en tenant compte de l'ordre, peut-on disposer ces sept personnes en file, sachant que la première et la dernière personne de la file doivent être des montagnards ?

1.29 Douze personnes ont à leur disposition trois voitures de 6, 4 et 2 places. De combien de manières peut-on répartir ces douze personnes dans les trois voitures, en supposant :

1) que n'importe laquelle de ces douze personnes est susceptible de conduire ?
2) que seulement quatre de ces douze personnes sont susceptibles de conduire ?

1.30 Combien de nombres de 6 chiffres au plus peut-on former avec les chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5 ?

1.31 On considère le mot `FRAGMENTS`. Combien de mots peut-on former :

1) en prenant toutes les lettres (sans répétition) ?
2) en prenant 8 lettres (sans répétition) ?
3) en prenant 2 lettres (sans répétition) ?

1.32 Démontrer que $\mathrm{A}_n^n = \mathrm{A}_{n-1}^n = \mathrm{P}_n$.

Combinaisons

Combinaisons simples

Exemple Combien de mains différentes y a-t-il dans le jeu de poker ?

Il s'agit de tirer 5 cartes parmi 52. Si on tient de compte de l'ordre dans lequel les cartes ont été tirées, il y a A_5^{52} possibilités. Or, dans une main de poker, l'ordre des cartes n'a pas d'importance. Il faut donc diviser les A_5^{52} possibilités par le nombre de permutations des 5 cartes tirées.

Il y a ainsi $\dfrac{A_5^{52}}{P_5} = \dfrac{52!}{5!\,(52-5)!} = 2598960$ possibilités.

On appelle **combinaison simple** un choix non-ordonné de k éléments distincts parmi n éléments distincts. Le nombre C_k^n de combinaisons simples est :

$$\boxed{C_k^n = \frac{\overbrace{n\,(n-1)\,\ldots\,(n-k+1)}^{k \text{ termes}}}{k!} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!} = \binom{n}{k}}$$

Combinaisons avec répétitions

Exemple Un magasin propose des appareils de 3 marques : A, B et C. Un employé doit indiquer à son patron, pour chaque marque, le nombre d'appareils vendus.

Pour établir la liste demandée, le vendeur construit 3 colonnes, une pour chaque marque, dans lesquelles il place une croix pour chaque appareil vendu.

S'il en vend 4, les différentes possibilités sont les suivantes :

A	B	C	modélisation
××××			××××||
×××	×		×××|×|
××	××		××|××|
×	×××		×|×××|
	××××		|××××|
×××		×	×××||×
××	×	×	××|×|×
×	××	×	×|××|×
	×××	×	|×××|×
××		××	××||××
×	×	××	×|×|××
	××	××	|××|××
×		×××	×||×××
	×	×××	|×|×××
		××××	||××××

On constate que les 15 possibilités obtenues correspondent au nombre de permutations avec répétitions de 4 croix et 2 traits, à savoir $\overline{P}(4,2) = \frac{6!}{4!\,2!} = 15$.

On peut aussi expliquer ce résultat en remarquant qu'il faut choisir (et peu importe dans quel ordre on effectue ce choix), parmi 6 places, les 4 places où l'on écrira une croix, les 2 autres étant alors des traits : $\mathrm{C}_4^6 = \frac{6!}{4!\,(6-4)!} = 15$.

Plus généralement, s'il y avait n marques et k appareils vendus, on écrirait k croix et $n-1$ traits, de sorte qu'il y aurait $\overline{\mathrm{P}}(k, n-1) = \mathrm{C}_k^{n+k-1}$ possibilités.

On appelle **combinaison avec répétitions** un choix non-ordonné de k éléments, distincts ou non (on peut choisir plusieurs fois le même), parmi n éléments distincts. Le nombre $\overline{\mathrm{C}_k^n}$ de combinaisons avec répétitions vaut :

$$\boxed{\overline{\mathrm{C}_k^n} = \overline{\mathrm{P}}(k, n-1) = \mathrm{C}_k^{n+k-1} = \frac{(n+k-1)!}{k!\,(n-1)!}}$$

1.33 1) Combien de bulletins différents peut-on remplir à la loterie à numéros (choix de 6 nombres entre 1 et 45) ?

2) Combien permettent de réaliser 0 point ? 1 point ? 2 points ? ... 5 points ? 6 points ?

1.34 Dans une assemblée composée de 25 dames et 15 messieurs, il est décidé de nommer un comité de 5 personnes.

1) Combien de comités peut-on envisager ?
2) Combien de ces comités comprennent exactement 3 dames ?
3) Combien de ces comités comprennent au moins 3 dames ?

1.35 12 personnes se rencontrent et se serrent la main. Combien y a-t-il de poignées de mains ?

1.36 On tire 3 cartes d'un jeu de 36 cartes. Combien y a-t-il de mains :

1) au total ?
2) formées de trois as ?
3) formées d'un roi et de deux as ?
4) ne contenant aucun as ?
5) contenant au moins un as ?
6) contenant exactement un as ?

1.37 Avec 10 députés et 6 sénateurs, on veut former une commission de 7 membres comprenant 5 députés. Quel est le nombre de possibilités ?

1.38 Douze joueurs d'échecs participent à un tournoi dans lequel chaque joueur joue une fois contre chacun des autres joueurs. Combien y a-t-il de parties jouées dans ce tournoi ?

1.39 Une femme a 13 amies. Elle désire en inviter 7 à un souper.

1) Combien de choix a-t-elle ?
2) Combien de choix a-t-elle si deux de ses amies se boudent et ne peuvent venir ensemble ?

1.40 Un questionnaire comprend 8 questions auxquelles il faut répondre par oui ou par non. Combien peut-on donner de réponses différentes avec 4 oui et 4 non ?

1.41 Un étudiant doit résoudre 8 problèmes sur 10 lors d'un examen écrit.

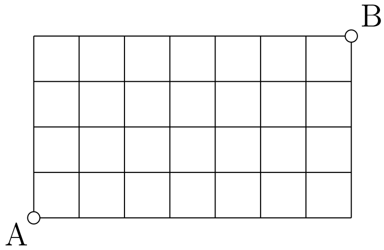
1) Combien de choix peut-il faire ?
2) Même question en supposant qu'il doive obligatoirement résoudre les trois premiers problèmes ?
3) Même question en supposant qu'il doive obligatoirement résoudre exactement quatre des cinq premiers problèmes ?

1.42 On doit distribuer 27 pièces de 20 centimes entre 8 enfants, certains enfants pouvant éventuellement ne rien recevoir, toutes les pièces devant être distribuées. Combien y a-t-il de distributions possibles ?

1.43 De combien de façons peut-on choisir une main de 5 cartes dans un jeu de 36 cartes, si l'on veut que ces 5 cartes contiennent :

1) les 4 as ?
2) 2 as et 2 rois ?
3) au moins un as ?

1.44 Dans le quadrillage ci-contre, déterminer le nombre de chemin possibles pour se rendre de A à B, en ne faisant que des pas horizontaux à droite ou des pas verticaux de bas en haut.



1.45 Lorsqu'on jette un dé trois fois de suite, combien de séquences peut-on envisager, si deux séquences qui diffèrent par l'ordre des chiffres sont considérées

1) comme différentes ?
2) comme identiques ?

1.46 On dispose de 5 outils identiques et de 7 casiers susceptibles de les recevoir. On suppose que chaque casier peut à la rigueur contenir les 5 outils. Déterminer le nombre de façons de placer les 5 outils dans les 7 casiers

1) d'une manière quelconque ;
2) sans qu'il y en ait deux dans le même casier.

Récapitulation

<table>
<tr><td colspan="2"></td><td>sans répétitions</td><td>avec répétitions</td></tr>
<tr><td colspan="2">disposition ordonnée de tous les éléments</td><td>$\mathrm{P}_n = n!$</td><td>$\overline{\mathrm{P}}(n_1, n_2, \ldots, n_p) = \dfrac{n!}{n_1!\, n_2!\, \ldots\, n_p!}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">choix d'éléments</td><td>en tenant compte de l'ordre</td><td>$\mathrm{A}_k^n = \dfrac{n!}{(n-k)!}$</td><td>$\overline{\mathrm{A}_k^n} = n^k$</td></tr>
<tr><td>sans tenir compte de l'ordre</td><td>$\mathrm{C}_k^n = \dfrac{n!}{k!\,(n-k)!}$</td><td>$\overline{\mathrm{C}_k^n} = \dfrac{(n+k-1)!}{k!\,(n-1)!}$</td></tr>
</table>

1.47 Une urne contient 12 boules numérotées de 1 à 12. Déterminer le nombre de tirages différents si l'on tire 3 boules :

1) simultanément ;
2) successivement et sans remettre dans l'urne celles qui ont déjà été tirées ;
3) successivement et après chaque tirage on remet la boule dans l'urne.

1.48

1) Dans une société de 25 personnes, on doit en désigner 4 qui formeront le comité. Combien de comités différents peut-on constituer ?
2) Dans une société de 25 personnes, on doit désigner un président, un vice-président, un trésorier et un secrétaire ; ces 4 personnes constituent le comité. Combien de comités différents peut-on ainsi former ?

1.49 Un photographe dispose de 6 lampes pour éclairer ses sujets.

1) Combien d'éclairages a-t-il à sa disposition, chaque lampe pouvant être allumée ou éteinte ?
2) Combien a-t-il de possibilités en allumant trois des six lampes ? au moins trois des six lampes ? au plus trois des six lampes ?

1.50 Une classe contient 12 filles et 10 garçons. Combien y a-t-il de possibilités de désigner parmi eux une commission de 5 membres comprenant :

1) 3 filles et 2 garçons ?
2) au moins 2 filles ?

1.51 Combien peut-on former de nombres de 8 chiffres avec deux 4, quatre 2 et deux 3 ?

1.52 On a un lot de 6 pièces dont 3 sont bonnes et 3 défectueuses.

1) Combien d'échantillons de 3 pièces peut-on former ?
2) Combien, parmi ces échantillons, contiennent 3 pièces bonnes ?
3) Combien contiennent au moins une pièce bonne ?

1.53 Un concert comprend trois chanteurs et deux chanteuses, présentant chacun un numéro. De combien de façons le programme peut-il être arrangé, si le concert doit commencer et finir

1) par un chanteur ?
2) par une chanteuse ?

1.54 Une association comprenant 20 membres, 12 hommes et 8 femmes, désire former un comité de 5 personnes, dans lequel doivent se trouver au moins 2 hommes et 2 femmes. Trouver de combien de manières l'on peut former ce comité dans chacun des cas suivants :

1) chaque membre de l'association accepte de faire partie de ce comité ;
2) deux des hommes refusent d'en faire partie ;
3) M. Pahud et M$^{\text{me}}$ Sandoz refusent de siéger ensemble.

1.55 Combien de salades différentes peut-on préparer à partir d'un choix de laitue, scarole, endive, cresson et chicorée amère (il n'est pas obligatoire d'utiliser chaque légume) ?

1.56 On jette 20 fois une pièce de monnaie.

1) Combien y a-t-il de séquences différentes ?
2) Parmi celles-ci, combien contiennent exactement une fois pile ? quatre fois pile ? dix fois pile ? vingt fois pile ?

1.57 Combien de mots d'au plus 4 lettres peut-on former avec les lettres du mot `CLAN` si :

1) les répétitions ne sont pas autorisées ?
2) les répétitions sont autorisées ?

1.58 Combien de nombres de 3 chiffres peut-on former avec les 6 chiffres 2, 3, 5, 6, 7 et 9 ? Parmi ceux-ci, combien sont inférieurs à 400 ? pairs ? multiples de 5 ?

1.59 Dans un groupe de 20 personnes, 10 lisent au moins la revue A, 8 lisent au moins la revue B et 3 lisent les 2 revues. Combien d'échantillons différents peut-on choisir si l'échantillon doit être formé :

1) de cinq personnes lisant au moins une revue ?
2) de trois personnes lisant la revue A, et de deux personnes lisant la revue B, chacune d'entre elles ne lisant qu'une seule revue ?

3) de cinq personnes, dont trois au moins lisent la revue A ?

1.60 1) Sur un damier rectangulaire de 3 lignes et 4 colonnes, de combien de manières peut-on placer 4 jetons de couleurs différentes (on place un jeton au plus par case) ?

2) Même question s'il doit y avoir un seul jeton dans la première colonne et que ce jeton soit jaune.

3) Même question que 1) s'il doit y avoir exactement deux jetons dans la troisième colonne.

4) Même question que 1) s'il doit y avoir au moins deux jetons dans la quatrième colonne.

1.61 Sur un damier rectangulaire de 30 lignes et 10 colonnes, de combien de manières peut-on placer 6 jetons de même couleur s'il y a :

1) au plus un jeton par colonne ?

2) au plus un jeton par ligne ?

3) au plus un jeton par ligne et par colonne ?

Réponses

1.1 24

1.2 1) 9000 2) 4536 3) 504

1.3 1) 13440 2) 5376

1.4 3960

1.5 1) 362880 2) 2880

1.6 1) 67600000 2) 19656000

1.7 1) 24 2) 576 3) 360

1.8 1) 5040 2) 240

1.9 1) 120 2) 120

1.10 1) 479001600 2) 39916800 3) 79833600

1.11 1) 3628800 2) 2520

1.12 1) 34650 2) 3780

1.13	1) 120	2) 2520		
1.14	1) 720	2) 72	3) 144	4) 72
1.15	180			
1.16	1) 720	2) 90	3) 180	
1.17	48			
1.18	1) 720	2) 72	3) 144	
1.19	4080			
1.20	210			
1.21	1) 24300000	2) 17100720		
1.22	1) 11881376	2) 7893600		
1.23	1) 6720	2) 40320		
1.24	64 (en fait 63 signes à cause de l'espace entre les mots)			
1.25	1) 32768	2) 6720		
1.26	1) 676	2) (a) 36 (b) 400 (c) 240		
1.27	625			
1.28	720			
1.29	1) 13860	2) 12096		
1.30	46656			
1.31	1) 362880	2) 362880	3) 72	
1.33	1) 8145060 2) 3262623 3454542 1233765 182780 11115 234 1			
1.34	1) 658008	2) 241500	3) 484380	
1.35	66			
1.36	1) 7140	2) 4	3) 24	4) 4960
	5) 2180	6) 1984		
1.37	3780			

1.38	66			
1.39	1) 1716	2) 1254		
1.40	70			
1.41	1) 45	2) 21	3) 25	
1.42	5379616			
1.43	1) 32	2) 1008	3) 175616	
1.44	330			
1.45	1) 216	2) 56		
1.46	1) 462	2) 21		
1.47	1) 220	2) 1320	3) 1728	
1.48	1) 12650	2) 303600		
1.49	1) 64	2) 20 42 42		
1.50	1) 9900	2) 23562		
1.51	420			
1.52	1) 20	2) 1	3) 19	
1.53	1) 36	2) 12		
1.54	1) 9856	2) 5880	3) 9240	
1.55	31			
1.56	1) 1048576	2) 20 4845 184756 1		
1.57	1) 64	2) 340		
1.58	216 72 72 36			
1.59	1) 3003	2) 350	3) 7752	
1.60	1) 11880	2) 1512	3) 2592	4) 2808
1.61	1) 153090000000	2) 593775000000	3) 89778780000	