2.15

1) Puisque $10 \equiv 1 \mod 9$, on a $10^k \equiv 1^k \equiv 1 \mod 9$ pour tout $k \geqslant 0$.

2) $$\begin{aligned} a &\equiv a_0 + a_1 \cdot 10 + a_2 \cdot 10^2 + \ldots + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + a_n \cdot 10^n \\ &\equiv a_0 + a_1 \cdot 1 + a_2 \cdot 1 + \ldots + a_{n-1} \cdot 1 + a_n \cdot 1 \\ &\equiv a_0 + a_1 + a_2 + \ldots + a_{n-1} + a_n \\ &\equiv \sigma(a) \mod 9 \end{aligned}$$

3) Soit un entier a. Les affirmations suivantes sont équivalentes :

   (a) a est divisible par 9 ;

   (b) $a \equiv 0 \mod 9$;

   (c) $\sigma(a) \equiv 0 \mod 9$;

   (d) la somme des chiffres du nombre a écrit en base 10 est divisible par 9.

   On a ainsi démontré le critère bien connu de divisibilité par 9 :
   un nombre est divisible par 9 si et seulement si la somme de ses chiffres est divisible par 9 .