2.16 1) Vu que $10 \equiv -1 \mod 11$, on a $10^k \equiv (-1)^k \mod 11$ pour tout $k \geqslant 0$.

2) $$\begin{aligned} a &\equiv a_0 + a_1 \cdot 10 + a_2 \cdot 10^2 + \ldots + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + a_n \cdot 10^n \\ &\equiv a_0 + a_1 \cdot (-1) + a_2 \cdot (-1)^2 + \ldots + a_{n-1} \cdot (-1)^{n-1} + a_n \cdot (-1)^n \\ &\equiv a_0 - a_1 + a_2 - \ldots + (-1)^{n-1}\, a_{n-1} + (-1)^n\, a_n \\ &\equiv \alpha(a) \mod 11 \end{aligned}$$

3) Soit un entier a. Les affirmations suivantes sont équivalentes :

(a) a est divisible par 11 ;

(b) $a \equiv 0 \mod 11$;

(c) $\alpha(a) \equiv 0 \mod 11$;

(d) la somme alternée des chiffres du nombre a écrit en base 10 est divisible par 11.

On a ainsi démontré un critère de divisibilité par 11 :
un nombre est divisible par 11 si et seulement si la somme alternée de ses chiffres est divisible par 11 .

4) (a) $2 - 1 + 6 - 5 + 2 - 4 = 0$
Puisque $11 \mid 0$, le nombre 425612 est divisible par 11 .

(b) $1 - 8 + 7 - 5 + 1 - 4 = -8$
Étant donné que $11 \nmid -8$, le nombre 415781 n'est pas divisible par 11 .