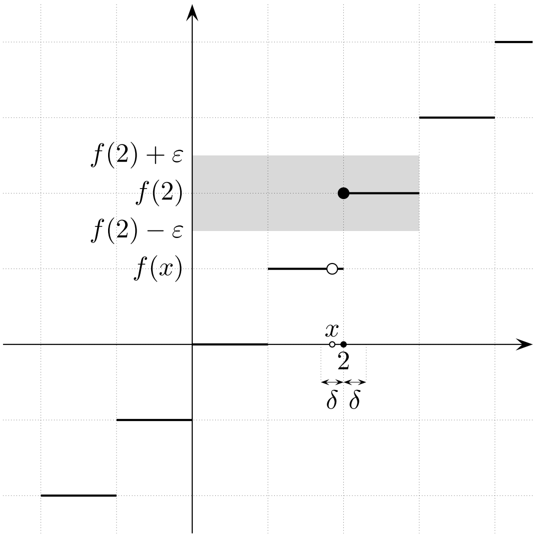
2.4 3)



Choisissons $\varepsilon = \frac{1}{2}$.

Soit $\delta > 0$ un nombre positif quelconque.

Posons $x = 2 - \frac{\delta}{2}$. Alors on a $2 - \delta < x < 2$, d'où l'on déduit :

(a) $-\delta < x - 2 < 0$ entraîne $\delta > 2 - x > 0$, puis $|x - 2| = 2 - x < \delta$.

(b) Vu que $x < 2$, on a $\mathrm{E}(x) < \mathrm{E}(2) = 2$.
Comme $\mathrm{E}(x)$ est entier, cela implique $\mathrm{E}(x) \leqslant 1$.
On en tire $-\mathrm{E}(x) \geqslant -1$, d'où suit $2 - \mathrm{E}(x) \geqslant 1$.
On a ainsi obtenu $|\mathrm{E}(x) - \mathrm{E}(2)| = |\mathrm{E}(x) - 2| = 2 - \mathrm{E}(x) \geqslant 1 \geqslant \frac{1}{2} = \varepsilon$.

En résumé, on a montré qu'il existe $\varepsilon > 0$ tel que, pour tout $\delta > 0$, il existe $x \in \mathbb{R}$ avec $|x - 2| < \delta$ et $|\mathrm{E}(x) - \mathrm{E}(2)| \geqslant \varepsilon$: la fonction E est par conséquent discontinue au point 2.