2.9 1) Posons $f(x) = x^5 - 3\,x^4 - 2\,x^3 - x + 1$.

La fonction f est continue, étant donné qu'elle est polynomiale.

Comme $f(0) = 1$, $f(1) = -4$ et $1 \geqslant 0 \geqslant -4$, on conclut, grâce au théorème de la valeur intermédiaire, qu'il existe $c \in [0\,;1]$ tel que $f(c) = 0$.

On détermine plus précisément l'intervalle auquel peut appartenir cette solution par dichotomie.

$f(0{,}5) = 0{,}093\ 75$ implique $c \in [0{,}5\,;1]$.

$f(0{,}7) = -0{,}938\ 23$ entraîne $c \in [0{,}5\,;0{,}7]$.

$f(0{,}6) = -0{,}340\ 4$ mène à $c \in [0{,}5\,;0{,}6]$.

$f(0{,}55) = -0{,}106\ 940\ 312\ 5$ signifie que $c \in [0{,}5\,;0{,}55]$.

$f(0{,}525) = -0{,}002\ 429\ 873\ 046\ 875\ 031$ conduit à $c \in [0{,}5\,;0{,}525]$.

$f(0{,}52) = 0{,}017\ 455\ 923\ 2$ implique $c \in [0{,}52\,;0{,}525]$.

Puisque l'on cherche à approximer la solution à deux décimales, on conclut que $c \approx 0{,}52$.

2) Tant que l'on découvre deux nombres a et b tels que $f(a)$ et $f(b)$ sont de signes contraires, on conclura qu'il existe une solution dans l'intervalle $[a\,;b]$.

En revanche, on n'aura jamais la certitude d'avoir obtenu toutes les solutions possibles. D'autres outils d'analyse sont alors nécessaires…