6.13 1) (a) Supposons $u_k \geqslant 0$.

$v_k = u_k = |u_k|$: l'inégalité $v_k \leqslant |u_k|$ est ainsi vérifiée.

$w_k = 0 \leqslant |u_k|$

(b) Supposons $u_k < 0$.

$v_k = 0 \leqslant |u_k|$

$w_k = -u_k = |u_k|$: en particulier, on a bien $w_k \leqslant |u_k|$.

2) L'hypothèse de la convergence absolue de la série de terme général u_k implique aussitôt la convergence des séries de terme général v_k et w_k.

3) Montrons que $v_k - w_k = u_k$.

(a) Supposons $u_k \geqslant 0$.

$v_k - w_k = u_k - 0 = u_k$

(b) Supposons $u_k < 0$.

$v_k - w_k = 0 - (-u_k) = u_k$

Puisque les séries de terme général v_k et w_k convergent, la série de terme général $v_k - w_k = u_k$ converge également.