6.12 $f(x) = a\,x^4 + b\,x^3 + c\,x^2$

$f'(x) = 4\,a\,x^3 + 3\,b\,x^2 + 2\,c\,x$

$f''(x) = 12\,a\,x^2 + 6\,b\,x + 2\,c$

Puisque la fonction f admet un point d'inflexion en $x = 1$, on a :
$0 = f''(1) = 12\,a + 6\,b + 2\,c$ c'est-à-dire $\boxed{6\,a + 3\,b + c = 0}$

Pour que la pente de la tangente au graphe de f en $x = 1$ vaille 16, il faut que $\boxed{16 = f'(1) = 4\,a + 3\,b + 2\,c}$

L'équation $y = 16\,x - 5$ de la tangente donne $y = 16 \cdot 1 - 5 = 11$, lorsque $x = 1$.
Par conséquent, on doit aussi avoir : $\boxed{11 = f(1) = a + b + c}$

Résolvons le système :

$$\left\{\begin{array}{rcl|l|l} 6\,a + 3\,b + c &=& 0 & \cdot 1 & \\ 4\,a + 3\,b + 2\,c &=& 16 & & \cdot 1 \\ a + b + c &=& 11 & \cdot(-1) & \cdot(-2) \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{rcl|l} 5\,a + 2\,b &=& -11 & \cdot 1 \\ 2\,a + b &=& -6 & \cdot(-2) \\ a + b + c &=& 11 & \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{rcl|l|l} a &=& 1 & \cdot(-2) & \cdot(-1) \\ 2\,a + b &=& -6 & \cdot 1 & \\ a + b + c &=& 11 & & \cdot 1 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{rcl|l} a &=& 1 & \\ b &=& -8 & \cdot(-1) \\ b + c &=& 10 & \cdot 1 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{rcl} a &=& 1 \\ b &=& -8 \\ c &=& 18 \end{array}\right.$$

On conclut que la fonction recherchée s'écrit $f(x) = x^4 - 8\,x^3 + 18\,x^2$.