

7.10 On factorise facilement la clé publique : $n = 35 = 5 \cdot 7$.

Par conséquent, $\varphi(n) = (5 - 1)(7 - 1) = 24$.

L'exposant de décryptage d satisfait la congruence $5d \equiv 1 \pmod{24}$.

Cette congruence se résout facilement : $5 \cdot 5 \equiv 25 \equiv 1 \pmod{24}$.

C'est pourquoi $d = 5$.

Pour décrypter le code 10, il faut calculer $10^5 \pmod{35}$:

x	reste r	n	$10^{2^n} \pmod{35}$	contribution (si $r = 1$)
5	1	0	10	10
2	0	1	$10^2 \equiv -5$	
1	1	2	$(-5)^2 \equiv -10$	-10

$$10^5 \equiv 10 \cdot (-10) \equiv 5 \pmod{35}$$

On conclut que le message en clair est $m = 5$.