7.8 L'exposant d'encryptage e doit vérifier $1 < e < \varphi(n)$ et $\text{pgcd}\big(e, \varphi(n)\big) = 1$.
$\varphi(n) = (97-1)\,(109-1) = 10368$

1) Utilisons l'algorithme d'Euclide pour calculer pgcd(10368, 123) :

$$\begin{aligned} 10368 &= 123 \cdot 84 + 36 \\ 123 &= 36 \cdot 3 + 15 \\ 36 &= 15 \cdot 2 + 6 \\ 15 &= 6 \cdot 2 + \boxed{3} \\ 6 &= 3 \cdot 2 \end{aligned}$$

On obtient $\text{pgcd}(10368, 123) = 3 \neq 1$, si bien que e ne convient pas comme exposant d'encryptage.

2) Utilisons l'algorithme d'Euclide pour calculer pgcd(10368, 865) :

$$\begin{aligned} 10368 &= 865 \cdot 11 + 853 \\ 865 &= 853 \cdot 1 + 12 \\ 853 &= 12 \cdot 71 + \boxed{1} \\ 12 &= 1 \cdot 12 \end{aligned}$$

Puisque $\text{pgcd}(10368, 865) = 1$, on peut utiliser $e = 865$ comme exposant d'encryptage.

3) Utilisons l'algorithme d'Euclide pour calculer pgcd(10368, 169) :

$$\begin{aligned} 10368 &= 169 \cdot 61 + 59 \\ 169 &= 59 \cdot 2 + 51 \\ 59 &= 51 \cdot 1 + 8 \\ 51 &= 8 \cdot 6 + 3 \\ 8 &= 3 \cdot 2 + 2 \\ 3 &= 2 \cdot 2 + \boxed{1} \\ 2 &= 1 \cdot 2 \end{aligned}$$

Comme $\text{pgcd}(10368, 169) = 1$, on peut se servir de $e = 169$ comme exposant d'encryptage.