5.18

1) $f'(x) = \big((3\,x^2 - x - 1)\,(2\,x - 3)^3\big)'$
$= (3\,x^2 - x - 1)'\,(2\,x - 3)^3 + (3\,x^2 - x - 1)\,\big((2\,x - 3)^3\big)'$
$= (6\,x - 1)\,(2\,x - 3)^3 + (3\,x^2 - x - 1)\,3\,(2\,x - 3)^2\,\underbrace{(2\,x - 3)'}_{2}$
$= (6\,x - 1)\,(2\,x - 3)^3 + 6\,(3\,x^2 - x - 1)\,(2\,x - 3)^2$
$= (2\,x - 3)^2\,\big((6\,x - 1)\,(2\,x - 3) + 6\,(3\,x^2 - x - 1)\big)$
$= (2\,x - 3)^2\,(12\,x^2 - 18\,x - 2\,x + 3 + 18\,x^2 - 6\,x - 6)$
$= (2\,x - 3)^2\,(30\,x^2 - 26\,x - 3)$

2) $f'(x) = \big((x + 2)^3\,(x - 3)^4\big)'$
$= \big((x + 2)^3\big)'\,(x - 3)^4 + (x + 2)^3\,\big((x - 3)^4\big)'$
$= 3\,(x + 2)^2\,\underbrace{(x + 2)'}_{1}\,(x - 3)^4 + (x + 2)^3\,4\,(x - 3)^3\,\underbrace{(x - 3)'}_{1}$
$= 3\,(x + 2)^2\,(x - 3)^4 + 4\,(x + 2)^3\,(x - 3)^3$
$= (x + 2)^2\,(x - 3)^3\,\big(3\,(x - 3) + 4\,(x + 2)\big)$
$= (x + 2)^2\,(x - 3)^3\,(3\,x - 9 + 4\,x + 8)$
$= (x + 2)^2\,(x - 3)^3\,(7\,x - 1)$

3) $f'(x) = \big((2 + x)^2\,(1 - x)^3\big)'$
$= \big((2 + x)^2\big)'\,(1 - x)^3 + (2 + x)^2\,\big((1 - x)^3\big)'$
$= 2\,(2 + x)\,\underbrace{(2 + x)'}_{1}\,(1 - x)^3 + (2 + x)^2\,3\,(1 - x)^2\,\underbrace{(1 - x)'}_{-1}$
$= 2\,(2 + x)\,(1 - x)^3 - 3\,(2 + x)^2\,(1 - x)^2$
$= (2 + x)\,(1 - x)^2\,\big(2\,(1 - x) - 3\,(2 + x)\big)$
$= (2 + x)\,(1 - x)^2\,(2 - 2\,x - 6 - 3\,x)$
$= (2 + x)\,(1 - x)^2\,(-5\,x - 4)$

4) $f'(x) = \big((2\,x + 1)^2\,(1 - 3\,x)^3\big)'$
$= \big((2\,x + 1)^2\big)'\,(1 - 3\,x)^3 + (2\,x + 1)^2\,\big((1 - 3\,x)^3\big)'$
$= 2\,(2\,x + 1)\,\underbrace{(2\,x + 1)'}_{2}\,(1 - 3\,x)^3 + (2\,x + 1)^2\,3\,(1 - 3\,x)\,\underbrace{(1 - 3\,x)'}_{-3}$
$= 4\,(2\,x + 1)\,(1 - 3\,x)^3 - 9\,(2\,x + 1)^2\,(1 - 3\,x)^2$
$= (2\,x + 1)\,(1 - 3\,x)^2\,\big(4\,(1 - 3\,x) - 9\,(2\,x + 1)\big)$
$= (2\,x + 1)\,(1 - 3\,x)^2\,(4 - 12\,x - 18\,x - 9)$
$= (2\,x + 1)\,(1 - 3\,x)^2\,\underbrace{(-30\,x - 5)}_{-5\,(6\,x+1)}$
$= -5\,(6\,x + 1)\,(2\,x + 1)\,(1 - 3\,x)^2$

5) $f'(x) = \big((x+5)^2\,(x-1)\,(2\,x+3)^3\big)'$

$= \big((x+5)^2\big)'\,(x-1)\,(2\,x+3)^3 + (x+5)^2\,\underbrace{(x-1)'}_{1}\,(2\,x+3)^3$

$\quad + (x+5)^2\,(x-1)\,\big((2\,x+3)^3\big)'$

$= 2\,(x+5)\,\underbrace{(x+5)'}_{1}\,(x-1)\,(2\,x+3)^3 + (x+5)^2\,(2\,x+3)^3$

$\quad + (x+5)^2\,(x-1)\,3\,(2\,x+3)^2\,\underbrace{(2\,x+3)'}_{2}$

$= 2\,(x+5)\,(x-1)\,(2\,x+3)^3 + (x+5)^2\,(2\,x+3)^3$

$\quad + 6\,(x+5)^2\,(x-1)\,(2\,x+3)^2$

$= (x+5)\,(2\,x+3)^2\,\big(2\,(x-1)\,(2\,x+3) + (x+5)\,(2\,x+3) + 6\,(x+5)\,(x-1)\big)$

$= (x+5)\,(2\,x+3)^2\,(4\,x^2 + 6\,x - 4\,x - 6 + 2\,x^2 + 3\,x + 10\,x + 15$

$\quad + 6\,x^2 - 6\,x + 30\,x - 30)$

$= (x+5)\,(2\,x+3)^2\,\underbrace{(12\,x^2 + 39\,x - 21)}_{3\,(4\,x^2+13\,x-7)}$

$= 3\,(x+5)\,(2\,x+3)^2\,(4\,x^2 + 13\,x - 7)$

6) $f'(x) = \big((1-3\,x)^2\,(2-x)\,(x+3)^3\big)'$

$= \big((1-3\,x)^2\big)'\,(2-x)\,(x+3)^3 + (1-3\,x)^2\,\underbrace{(2-x)'}_{-1}\,(x+3)^3$

$\quad + (1-3\,x)^2\,(2-x)\,\big((x+3)^3\big)'$

$= 2\,(1-3\,x)\,\underbrace{(1-3\,x)'}_{-3}\,(2-x)\,(x+3)^3 - (1-3\,x)^2\,(x+3)^3$

$\quad + (1-3\,x)^2\,(2-x)\,3\,(x+3)^2\,\underbrace{(x+3)'}_{1}$

$= -6\,(1-3\,x)\,(2-x)\,(x+3)^3 - (1-3\,x)^2\,(x+3)^3$

$\quad + 3\,(1-3\,x)^2\,(2-x)\,(x+3)^2$

$= (1-3\,x)\,(x+3)^2\,\big(-6\,(2-x)\,(x+3) - (1-3\,x)\,(x+3)$

$\quad + 3\,(1-3\,x)\,(2-x)\big)$

$= (1-3\,x)\,(x+3)^2\,(-12\,x - 36 + 6\,x^2 + 18\,x - x - 3 + 3\,x^2 + 9\,x$

$\quad + 6 - 3\,x - 18\,x + 9\,x^2)$

$= (1-3\,x)\,(x+3)^2\,(18\,x^2 - 7\,x - 33)$