

5.7 L'initialisation a été clairement établie à l'exercice 5.1 :

$$(x^1)' = 1 \cdot x^{1-1} = 1$$

$$(x^2)' = 2 \cdot x^{2-1} = 2x$$

$$(x^3)' = 3 \cdot x^{3-1} = 3x^2$$

$$(x^4)' = 4 \cdot x^{4-1} = 4x^3$$

Supposons la formule $(x^n)' = nx^{n-1}$ vraie pour un certain $n \in \mathbb{N}$.

$$(x^{n+1})' = (x^n \cdot x)' = (x^n)' \cdot x + x^n \cdot (x)' = nx^{n-1} \cdot x + x^n \cdot 1 = nx^n + x^n = (n+1)x^n$$