1.1

1) On a $b = 1$.
En choisissant $q = a$, alors la condition $a = b \cdot q$ est satisfaite : $a = 1 \cdot a$.

2) On a $b = a$.
En choisissant $q = 1$, la condition $a = b \cdot q$ est remplie : $a = a \cdot 1$.

3) On a $a = 0$.
Quel que soit b, en choisissant $q = 0$, l'exigence $a = b \cdot q$ est satisfaite : $0 = b \cdot 0$.

4) On suppose $c \mid b$ et $b \mid a$.
Il existe par hypothèse des entiers q et r tels que $\begin{cases} a = b \cdot q \\ b = c \cdot r \end{cases}$.
Il en résulte $\quad a = b \cdot q = (c \cdot r) \cdot q = c \cdot (r \cdot q) \quad$ avec $r \cdot q \in \mathbb{Z}$.
En d'autres termes, on a montré que $c \mid a$.

5) On suppose $b \mid a$.
Par hypothèse, il existe un entier q tel que $a = b \cdot q$.
En multipliant cette équation par c, on obtient $\quad a\,c = b \cdot q \cdot c = (b\,c) \cdot q$.
On a établi de la sorte que $b\,c \mid a\,c$.

6) On suppose $c \mid a$ et $c \mid b$.
Il existe par hypothèse des entiers q et r tels que $\begin{cases} a = c \cdot q \\ b = c \cdot r \end{cases}$.
Soient m et n des entiers quelconques.
$m\,a + n\,b = m\,(c \cdot q) + n\,(c \cdot r) = c\,m\,q + c\,n\,r = c \cdot (m\,q + n\,r)$
Cette dernière égalité prouve que $c \mid (m\,a + n\,b)$.