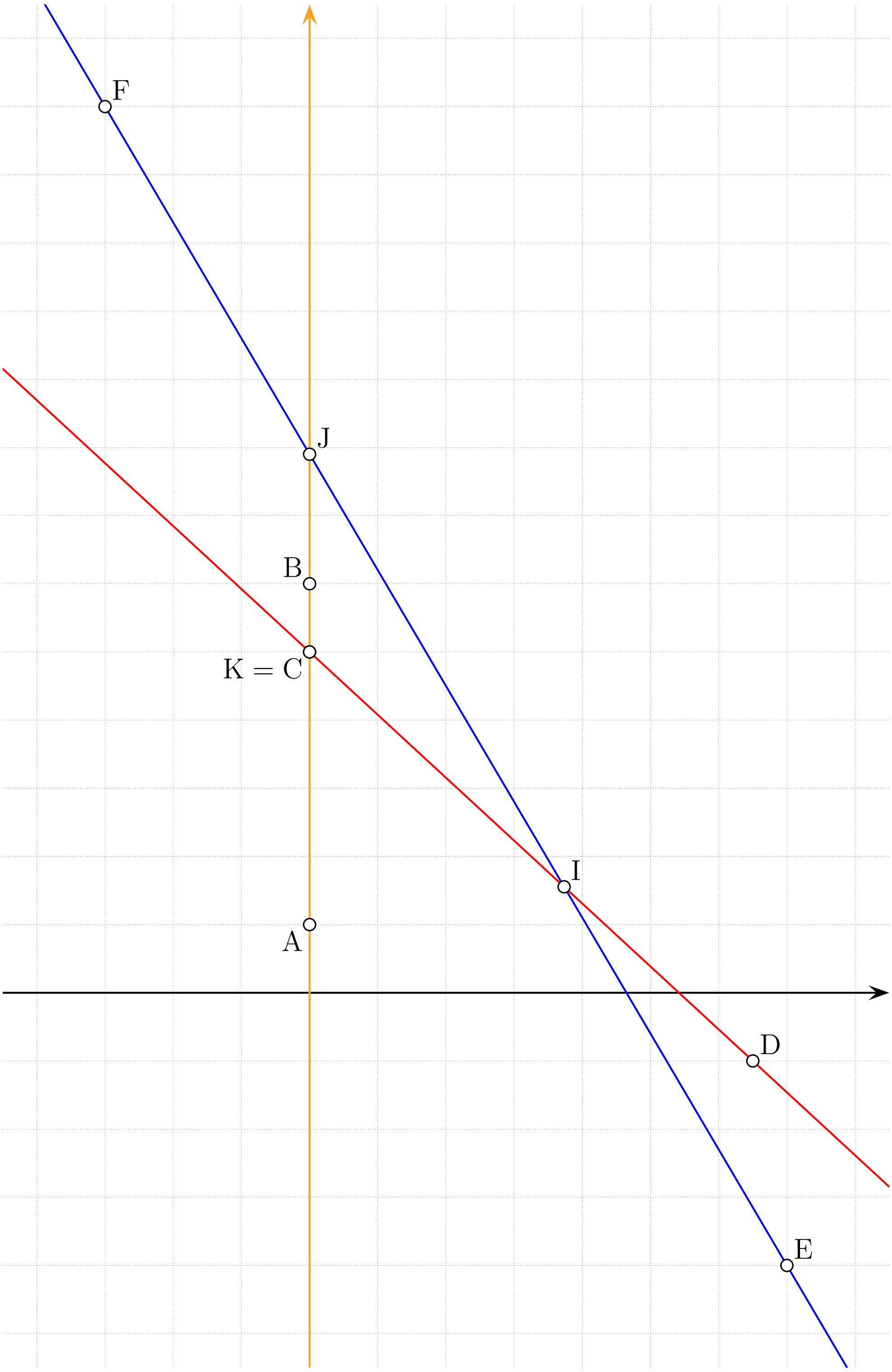
1.10



Calcul de la droite AB

$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \begin{pmatrix} 0-0 \\ 6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix} = 5\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

La droite AB est ainsi de la forme $1\,x - 0\,y + c = 0$, c'est-à-dire $x + c = 0$.

Vu qu'elle passe par le point $\mathrm{A}(0\,;1)$, on a $0 + c = 0$, si bien que $c = 0$.

Par conséquent, la droite AB admet pour équation cartésienne $\boxed{(\mathrm{AB}) : x = 0}$.

Calcul de la droite CD

$$\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} \frac{13}{2} - 0 \\ -1 - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{13}{2} \\ -6 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 13 \\ -12 \end{pmatrix}$$

Sachant que la droite CD passe par le point C(0 ; 5), on pose :

$$\begin{vmatrix} x-0 & 13 \\ y-5 & -12 \end{vmatrix} = -12\,x - 13\,(y-5) = -12\,x - 13\,y + 65 = 0$$

La droite CD a donc comme équation cartésienne $\boxed{(CD) : 12\,x + 13\,y - 65 = 0}$.

Calcul de la droite EF

$$\overrightarrow{EF} = \begin{pmatrix} -3-7 \\ 13-(-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 17 \end{pmatrix}$$

Puisque la droite EF passe par le point E(7 ; −4), elle admet comme équation paramétrique :

$$\left\{\begin{array}{rcrcl} x &=& 7 &-& 10\,\lambda \\ y &=& -4 &+& 17\,\lambda \end{array}\right. \quad \begin{array}{|l} \cdot 17 \\ \cdot 10 \end{array} \qquad \begin{array}{rcrcl} 17\,x &=& 119 &-& 170\,\lambda \\ 10\,y &=& -40 &+& 170\,\lambda \\ \hline 17\,x + 10\,y &=& 79 && \end{array}$$

Ainsi la droite EF admet pour équation cartésienne $\boxed{(EF) : 17\,x + 10\,y - 79 = 0}$.

Calcul du point $I = CD \cap EF$

$$\left\{\begin{array}{l} 12\,x + 13\,y - 65 = 0 \\ 17\,x + 10\,y - 79 = 0 \end{array}\right. \quad \begin{array}{|l} \cdot(-10) \\ \cdot 13 \end{array} \quad \begin{array}{|l} \cdot 17 \\ \cdot(-12) \end{array}$$

$$\begin{array}{rcrcrcl} -120\,x &-& 130\,y &+& 650 &=& 0 \\ 221\,x &+& 130\,y &-& 1027 &=& 0 \\ \hline 101\,x && &-& 377 &=& 0 \end{array} \iff x = \frac{377}{101}$$

$$\begin{array}{rcrcrcl} 204\,x &+& 221\,y &-& 1105 &=& 0 \\ -204\,x &-& 120\,y &+& 948 &=& 0 \\ \hline && 101\,y &-& 157 &=& 0 \end{array} \iff y = \frac{157}{101}$$

On aboutit ainsi à $\boxed{I(\frac{377}{101} ; \frac{157}{101})}$.

Calcul du point $J = AB \cap EF$

$$\left\{\begin{array}{l} x = 0 \\ 17\,x + 10\,y - 79 = 0 \end{array}\right.$$

La première équation donne $x = 0$ que l'on remplace dans la seconde :
$17 \cdot 0 + 10\,y - 79 = 0$, de sorte que $y = \frac{79}{10}$.

Par conséquent, on a $\boxed{J(0 ; \frac{79}{10})}$.

Calcul du point $K = AB \cap CD$

$$\left\{\begin{array}{l} x = 0 \\ 12\,x + 13\,y - 65 = 0 \end{array}\right.$$

La première équation délivre $x = 0$ que l'on substitue dans la seconde :
$12 \cdot 0 + 13\,y - 65 = 0$, si bien que $y = 5$.

On constate finalement que $\boxed{K(0 ; 5)}$ coïncide avec C(0 ; 5).